

**Обратная задача реконструкции событий в эксперименте ЛОРД с использованием
двух спутников и спектрального анализа**

Г.А. Гусев¹, Чжо Маунг²

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им.П.Н.
Лебедева Российской академии наук

²Московский физико-технический институт (Государственный университет)

С использованием метода случайного поиска рассмотрено решение обратной задачи реконструкции события регистрации космических лучей ультравысоких энергий (КЛУВЭ) в более сложных вариантах эксперимента ЛОРД с использованием двух спутников Луны с орбитами в одной плоскости на разных высотах и на одной вертикали с использованием информации о спектре сигнала. Также измеряется временная задержка между сигналами на каждом из спутников. Получение дополнительной информации о сигнале в двух пространственно разнесённых каналах приёма и использованием спектрального анализа позволяет добиться более высокой точности в решении обратной задачи реконструкции события по сравнению с ранее рассмотренным случаем эксперимента с одним спутником, а также эксперимента с двумя спутниками без использования спектрального анализа.

Ключевые слова: обратная задача, каскад, космические лучи, радио метод, спектральный анализ, два спутника, временная задержка.

В настоящее время радио метод регистрации космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ) получает новое успешное развитие (см., например, обзор [1]). Более десяти лет тому назад было предложено использовать Луну как гигантскую мишень для регистрации космических частиц ультравысоких энергий радио методом с помощью орбитальных [2,3] радиоволновых телескопов, регистрирующих радио излучение от каскадов в лунном реголите, производимых первичными частицами. В условиях лунного орбитального эксперимента есть преимущество по сравнению, например, со случаем использования околоземных спутников (см. [4,5]), заключающееся в отсутствии промышленных и природных наземных шумов, что позволяет заметно увеличить чувствительность эксперимента. В последние годы, одним из наиболее значительных продвижений в развитии радио метода можно считать выполненные эксперименты «АНИТА» с помощью высотных аэростатов в Антарктиде, последний из которых был реализован в декабре 2014 года [6].

В работе [7] была впервые решена обратная реконструкции события (определения всех параметров, характеризующих событие) в эксперименте ЛОРД с одним радио детектором, принимающим широкополосные сигналы от каскадов в полосе частот 200 – 400 МГц.

В этой статье мы рассмотрим более сложный эксперимент с использованием двух спутников Луны с орбитами в одной плоскости на разных высотах и на одной вертикали, на борту которых находятся два идентичных радио детектора ЛОРД (Лунный Орбитальный Радио Детектор) в предположении, что выполнен спектральный анализ сигналов. В таком эксперименте при достаточном раздвижении спутников по высоте могут реализоваться две возможности регистрации событий: 1) событие почти одновременно регистрируют оба спутника и 2) событие регистрирует один из спутников. В первом случае событие будет регистрироваться так, что два прибора с некоторой задержкой по времени зарегистрируют сигналы, для каждого из которых будет своё расстояние от источника и своя амплитуда сигнала, так что каждый из сигналов проходит по своей траектории. Во втором случае регистрации события только одним спутником (либо верхним, либо нижним) задача сводится к рассмотренной ранее в работе [7] задаче с одним спутником) с некоторой важной особенностью. Она связана с фактом отсутствия регистрации события вторым спутником, и эта информация, как будет показано ниже, может быть использована для повышения точности определения энергии первичной частицы по сравнению с экспериментом, в котором используется один спутник [7].

На Рис. 1 приведена схема эксперимента с двумя спутниками, орбиты которых находятся в одной плоскости, на разных высотах и на одной вертикали. Для изображённого на Рис.1 события, зарегистрированного двумя спутниками (первый случай), сигнал приходит сначала на ближайший к месту события спутник S_1 на высоте h , а затем – на спутник S_2 на высоте $h+\Delta h$. Таким образом, одно и то же событие будет «видно» под разными надирными углами (надирный угол – угол между спутниковой вертикалью и направлением на источник излучения) и на разных расстояниях R_{s1} и R_{s2} между источником излучения и двумя приёмниками. Это означает, что при «одновременной» (с учётом запаздывания по времени момента регистрации в дальнем спутнике) регистрации сигналов двумя спутниками мы будем иметь два совершенно независимых измерения, если Δh достаточно велико, при этом точность измерения амплитуды сигнала должна

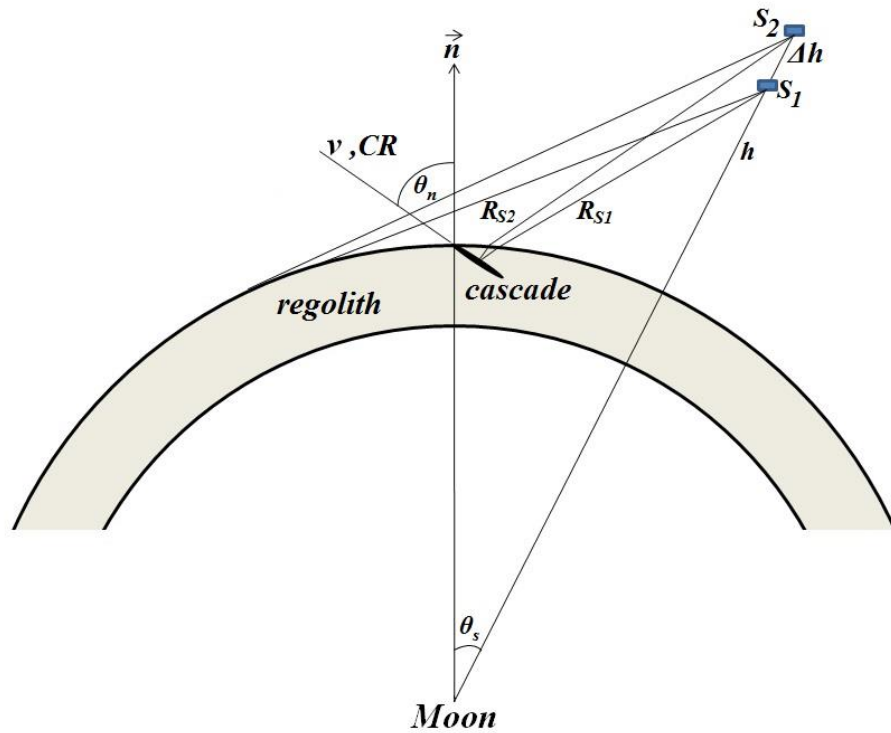


Рис.1. Схема эксперимента ЛОРД с двумя спутниками, орбиты которых находятся в одной плоскости, на разных высотах и на одной вертикали.

быть достаточно велика, чтобы измерения были представительными, а амплитуды двух сигналов уверенно разрешались. Отметим, что мы выбрали такую геометрию расположения спутников, чтобы сохранялась осевая симметрия задачи регистрации в соответствии с осевой симметрией антенны. Таким образом, оба расстояния при произвольном азимуте R_{s1} и R_{s2} определяются одним и тем же углом θ_s согласно формулам:

$$R_{s1}(\theta_s) = (R_M + h) \sqrt{1 + \cos^2 \theta_{M1} - 2 \cos \theta_{M1} \cos \theta_s} \quad (1)$$

$$R_{s2}(\theta_s) = (R_M + h + \Delta h) \sqrt{1 + \cos^2 \theta_{M2} - 2 \cos \theta_{M2} \cos \theta_s} \quad (2)$$

где угол θ_s есть угол между спутниковой вертикалью и нормалью к поверхности Луны в точке выхода излучения, а θ_{M1} – максимальный угол θ_s для первого спутника и θ_{M2} – максимальный угол θ_s для второго спутника.

Измерение задержки по времени между сигналами на двух спутниках позволяет определить разницу в расстояниях от источника излучения до каждого из спутников, что является дополнительной информацией при решении обратной задачи, уменьшающей неопределённость её решения благодаря использованию нового уравнения:

$$R_{s2} - R_{s1} = c \cdot \Delta t \quad (3)$$

здесь c – скорость света и Δt – задержка между сигналами, зарегистрированными первым и вторым спутниками. Подстановка в уравнение (3) выражений (1), (2) даёт алгебраическое уравнение для определения угла θ_s , так что задача нахождения этого параметра отщепляется от задачи нахождения остальных параметров. А найдя угол θ_s , найдём также и расстояния R_{s1} и R_{s2} .

Рассмотрим обратную задачу, предполагая, что выполнен спектральный анализ с разбиением всей полосы сигнала 200 – 400 МГц на 4 полосы шириной по 50 МГц: 200 – 250 МГц, 250 – 300 МГц, 300 – 350 МГц, 350 – 400 МГц с помощью граничных частот: $f_1=200$ МГц, $f_2=250$ МГц, $f_3=300$ МГц, $f_4=350$ МГц, $f_5=400$ МГц. Проинтегрируем по частоте в каждой из четырёх полос формулу (1) для электрического поля вблизи антенны из работы [7] и умножим выражение для напряжённости электрического поля на эффективную длину антенны l_{eff} и угловые множители $\cos^{3,4}\theta_{nad1}(h)$ и $\cos^{3,4}\theta_{nad2}(h + \Delta h)$ соответственно для первого и второго спутников, учитывающие диаграмму направленности антенны, которая предполагается для использования в эксперименте ЛОРД [8], в результате получим следующую систему восьми уравнений:

$$E_{1j} = \frac{W}{R_s} C_{1j} \Phi_{1j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n) \quad (4)$$

$$E_{2j} = \frac{W}{R_s} C_{2j} \Phi_{2j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n) \quad (5)$$

$$j = 1 - 4$$

Индекс j нумерует полосы частот, а индексы 1, 2 нумеруют спутники. Здесь

$$\Phi_{1j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n, h) = (B_1/\beta_1)(\exp(-\beta_1 f_j^2) - \exp(-\beta_1 f_{j+1}^2) \cos^{3,4} \theta_{nad1}(\theta_s)) \quad (4')$$

$$\Phi_{2j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n, h + \Delta h) = (B_2/\beta_2)(\exp(-\beta_2 f_j^2) - \exp(-\beta_2 f_{j+1}^2) \cos^{3,4} \theta_{nad1}(\theta_s)) \quad (5')$$

$$\text{и } B_{1,2} = 0,25 Norm T_{s1,2} l_{eff}(M) \frac{\sin \theta_{1,2}}{\sin \theta_c} \frac{1}{f_0(MГц)}, \quad C_j = 1/(1 + ((f_j + f_{j+1})/2 \cdot f_0)^{1,44})$$

$$\beta_{1,2} = (\cos \theta_c - \cos \theta_{1,2})^2 (70 + 3,3 \ln(W(TeB))), \quad f_0 \approx 3300 \text{ МГц}, \quad Norm \approx 0,232 \text{ (мкВ / TeB / МГц)},$$

Здесь W – энергия частицы, $T_{s1,2}(\theta_s) = \frac{2 \cos \theta_{1,2}}{n \cos \theta_{i1,2} + \cos \theta_{i1,2}}$ – коэффициенты прохождения для первого

и второго спутников соответственно, $\sin \theta_{i1,2} = n \sin \theta_{1,2}$,

$\cos \theta_{1,2} = -\cos \theta_n \cos \theta_{i1,2} + \sin \theta_n \sin \theta_{i1,2} \cos \varphi_n$, θ_c – черенковский угол, θ_n – полярный угол падения первичной частицы, φ_n – азимутальный угол падения первичной частицы, отсчитываемый от направления падающего из реголита излучения, угол $\theta_{i1,2}$ – углы падения излучения для первого и второго спутников соответственно, $\theta_{i1,2}$ — углы преломления излучения для первого и второго спутников, при этом антенны аналогичны антеннам, описанным в работе [8]. Высоту первого

спутника положим равной 500 км, а второго – 700 км. Отсчитываемые от направления падающего из реголита излучения, углы $\theta_{i,2}$ – углы падения излучения для первого и второго спутников соответственно, $\theta_{i,2}$ — углы преломления излучения для первого и второго спутников, эффективная длина антенны $l_{\text{eff}}=0,44$ м.

Учтём, что можно в первом приближении пренебречь слабой логарифмической зависимостью амплитуды сигнала от энергии частицы в функциях $\beta_1(W)$ и $\beta_2(W)$. Тогда зависимость электрического поля от энергии частицы в этом приближении является линейной, и появляется возможность разделить задачу определения оставшихся неизвестными углов, характеризующих событие, от задачи определения энергии частицы и тем самым видоизменить обратную задачу. Возьмём отношение четырёх равенств (4) к четырём равенствам (5), тогда получим четыре уравнения

$$E_{1j}/E_{2j} = R_{s2}\Phi_{1j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n, h)/R_{s1}\Phi_{2j}(\theta_s, \theta_n, \varphi_n, h + \Delta h) \quad (6)$$

в которые не входит энергия частицы, а расстояния от приёмников до источника излучения R_{s1} и R_{s2} известны из решения уравнения (3). Таким образом, в уравнениях (6) остаются неизвестными только две переменные θ_n и φ_n . То есть для событий, регистрируемых двумя спутниками, должна существенно увеличиться точность решения обратной задачи по сравнению с задачей для двух спутников без использования спектрального анализа, так как для нахождения двух неизвестных имеем теперь не одно, четыре уравнения.

Схема решения обратной задачи такова. Сначала с использованием расстояний R_{s1} и R_{s2} решается обратная задача обычным методом случайного поиска [7] для уравнений (6), то есть находятся углы θ_{nf} и φ_{nf} , характеризующие событие-кандидат, удовлетворяющее с достаточной точностью уравнениям (6). Далее, например, из первого уравнения системы (6) для каждого события-кандидата находится энергия каскада от первичной частицы, которая удовлетворяет экспериментальным данным. Процедура осреднения для нахождения энергии, принимаемой в качестве соответствующей решению обратной задачи должна учитывать то, что предполагаемый энергетический спектр КЛУВЭ (дифференциальный), пропорциональный $W^{-4.2}$ [9] известен из экстраполяции экспериментальных данных на область больших энергий до 10^{21} эВ. Учёт этого предположения сильно модифицирует распределение событий-кандидатов (гистограмму) по энергиям в ансамбле из 30 событий-кандидатов, полученное в результате случайного поиска, и потому числа событий-кандидатов в каждом интервале энергий должны быть «перенормированы» с учётом этого спектра, так что получается модифицированное распределение событий по энергии. Осреднение с его помощью по ансамблю событий-кандидатов изменяет среднее значение энергии фиктивного события, принимаемого за энергию каскада (первичной частицы), по сравнению со средним, находимым без учёта спектра космических лучей, смещая его в область

меньших энергий, и тем самым метод случайного поиска перестаёт быть полностью случайным. Систематические ошибки определения энергии будем находить с помощью калибровочной процедуры, описанной в работе [7], которая заключается в решении обратной задачи для четырёх калибровочных событий, соответствующих четырём энергиям. При этом статистические ошибки определения энергии частицы будем оценивать по средним квадратическим отклонением энергии калибровочного события от среднего значения энергии по ансамблю событий кандидатов, соответствующего решению обратной задачи для каждого калибровочного события.

Приведём результаты решения этой обратной задачи. График зависимости систематических ошибок определения энергии, соответствующей событию-решению, от энергии согласно калибровке для калибровочных событий при заданных углах $\theta_s = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$ и для четырёх энергий $3 \cdot 10^{20}$, $5 \cdot 10^{20}$, $7 \cdot 10^{20}$, $9 \cdot 10^{20}$ эВ приведен на Рис.2. Из Рис. 2 видно, что точность определения энергии частицы в случае 4 полос для двух спутников (при использовании спектрального анализа) увеличивается значительно и растёт с ростом энергии частицы. Так, в минимуме точности при энергии $4 \cdot 10^{20}$ эВ увеличение точности составляет приблизительно 60%, а при энергии $9 \cdot 10^{20}$ эВ приблизительно доходит до 350%, то есть эффект спектрального анализа в случае двух спутников велик.

Статистические ошибки определения энергии события для задачи с двумя спутниками, сравниваются со статистическими ошибками определения энергии для задачи с использованием

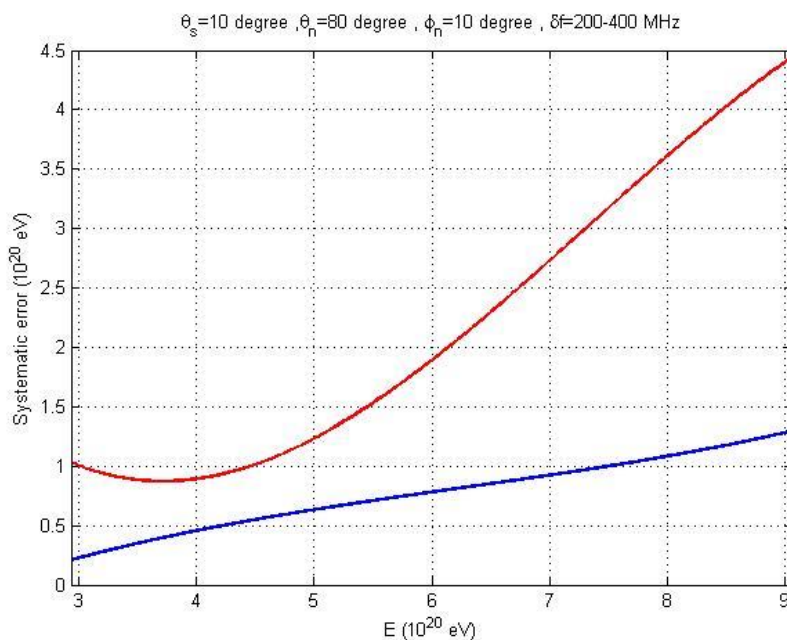


Рис. 2. . Зависимости от энергии первичной частицы абсолютных систематических ошибок восстановления энергии событий согласно калибровке для событий при заданных углах $\theta_s = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\varphi_n = 10^\circ$ для задачи с использованием одного спутника в широкой полосе (верхняя кривая) и двух спутников со спектральным анализом (нижняя кривая).

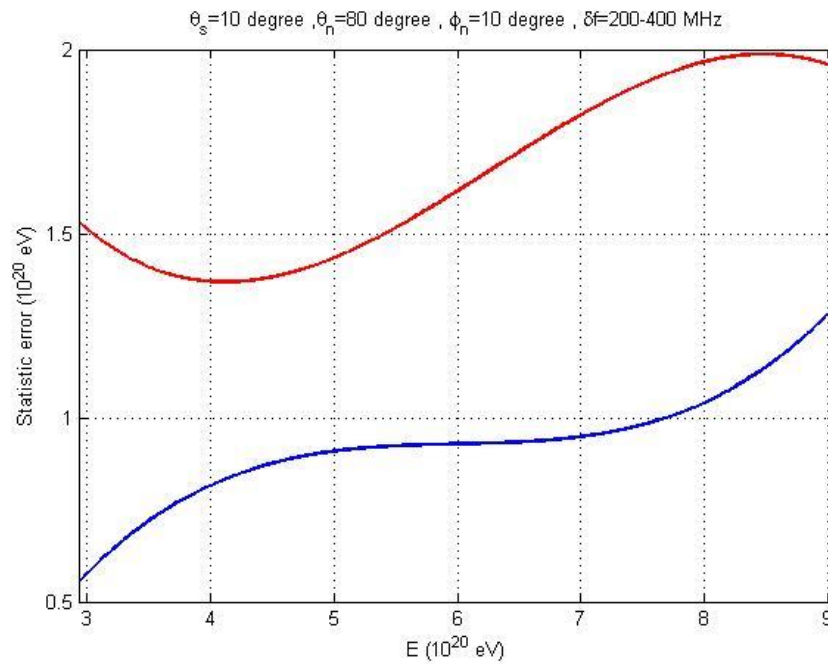


Рис.3. . Зависимости от энергии первичной частицы абсолютных статистических ошибок восстановления энергии событий согласно калибровке для событий при заданных углах $\theta_s = 10^\circ$, $\theta_n = 80^\circ$, $\phi_n = 10^\circ$ для задачи с использованием одного спутника в широкой полосе (верхняя кривая) и двух спутников со спектральным анализом (нижняя кривая).

одного спутника в широкой полосе. Соответствующие зависимости от энергии первичной частицы представлены на Рис.3. Согласно Рис. 3 статистические ошибки определения энергии первичной частицы также сильно уменьшаются в случае регистрации двумя спутниками со спектральным анализом по сравнению с регистрацией одним спутником в широкой полосе. Именно, увеличение точности для статистических ошибок в среднем по интервалу энергий частицы от $3 \cdot 10^{20}$ эВ до $9 \cdot 10^{20}$ эВ составляет 90%. Очевидно увеличение точности восстановления энергии частицы в случае задачи с использованием спектрального анализа.

Далее проверялся факт малости флуктуаций реконструированной энергии и среднеквадратичных отклонений при пятикратном повторении процедуры нахождения решения. Оказалось, что относительные флуктуации энергии частицы в найденном решении оказываются менее 8% на всём интервале энергий. Относительные флуктуации среднеквадратического отклонения энергии оказываются менее 7% также на всём интервале энергий. Таким образом, согласно калибровке в первом приближении флуктуации, связанные с повторением процедуры нахождения решения обратной задачи малы по сравнению с систематической и статистической ошибками для энергии найденного решения. Если учесть систематическую ошибку, определённую с помощью калибровки с точностью до малых флуктуаций введением соответствующей поправки к реконструированной энергии частицы как среднего по ансамблю кандидатов, то останутся

только статистические ошибки. В этом случае получается, что эффект спектрального анализа, оцененный по статистическим ошибкам весьма значителен, особенно при малых и средних энергиях и несколько меньше – при высоких.

Что касается событий, регистрируемых только одним из спутников, то здесь есть две возможности: событие регистрируется только более высоким спутником или событие регистрируется более низким спутником (из-за недостатка амплитуды сигнала для регистрации более высоким спутником). Для таких событий, регистрируемых только верхним спутником, как показывает анализ прямой задачи расчёта амплитуды сигнала, с удовлетворительной точностью около 3° угол θ_s можно считать известным. Тогда неизвестных параметров становится три вместо четырёх, что должно увеличить точность реконструкции таких событий, хотя решение обратной задачи сводится к решению задачи с одним спутником, но с тремя случайно разыгрываемыми неизвестными параметрами вместо четырёх. Однако в этом случае из-за больших углов θ_s амплитуда сигнала невелика, и регистрация возможна только при высоких энергиях, но предполагаемая статистика таких событий очень мала. Кроме того, из-за малой амплитуды регистрируемых сигналов их спектральный анализ приведёт к существенному уменьшению отношения сигнал/шум, так что увеличение точности решения обратной задачи будет компенсировано уменьшением точности, обусловленным большим шумом. Поэтому в этом случае спектральный анализ не приводит к цели и нецелесообразен.

Во втором случае регистрации событий только нижним спутником без регистрации верхним означает, что речь идёт о таких событиях с малыми амплитудами сигналов (события вблизи порога регистрации по амплитуде 36 мкВ), что сравнительно незначительное (менее 40%) увеличение расстояния от верхнего спутника до источника излучения уменьшает сигнал до порогового значения. В этом случае речь идёт о сигналах на нижнем спутнике в диапазоне амплитуд около $36 - 70 \text{ мкВ}$ (в среднем без учёта шума). Поэтому в соответствии с аргументами предыдущего абзаца здесь также рассматривать обратную задачу со спектральным анализом нецелесообразно.

Таким образом, использование двух спутников для большей части событий, регистрируемых двумя спутниками, позволяет с использованием спектрального анализа сигнала существенно увеличить точность реконструкции энергии первичной частицы приблизительно в 2 раза по сравнению с регистрацией одним спутником без спектрального анализа. Окончательное решение вопроса о целесообразности рассмотренного более сложного эксперимента ЛОРД, в котором используется два спутника с последующим спектральным анализом, должно приниматься с учётом усложнения самого эксперимента и экономических соображений.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы Президиума РАН «Фундаментальные свойства материи и астрофизика».

Литература

1. *Tsarev V.A.* Coherent Cherenkov radio emission and problems of ultrahigh-energy cosmic ray and neutrino detection // J.Rad. Phys. Chem. 2006. 75. 805.
2. *Гусев Г.А., Ломоносов Б.Н., Пичхадзе К.М. и др.* Регистрация космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий радиометодом с использованием искусственных спутников Луны // Космические Исследования. 2006. V. 44. №1. С. 22.
3. *Chechin V.A., Feinberg E.L., Gusev G.A. et al.* Overview of the LORD experiment (Lunar Orbital Radio Experiment) // Proc. of the Intern. ARENA Workshop ed. R. Nahuhauer and S. Boser, DESY, Zeuthen, Germany. 2005. P. 232.
4. *Lehtinen N.G., Gorham P.W., Jacobson A.R., et al.* FORTE satellite constraints on ultrahigh energy cosmic particle fluxes // Phys. Rev. 2004. D 69. 013008.
5. *Takahashi Y., et al.* The JEM-EUSO mission // New J. Phys. 2009. V. 11. 065009.
6. *Gorham P. W., et al.* Observational constraints on the ultrahigh energy cosmic neutrino flux from the second flight of the ANITA experiment // Phys. Rev. 2010 D 82. 022004.
7. *Гусев Г.А., Чжо Маунг.* Решение обратной задачи реконструкции события в эксперименте ЛОРД // КСФ. 2015. V.42, №. 6, PP.37 – 48.
8. *Гусев Г.А., Чжо Маунг.* Возможно ли определение химического состава космических лучей в лунном эксперименте «ЛОРД»? // КСФ. 2014. V. 41, №. 4. С. 37.
9. *A. Letessier-Selvon.* Highlights from the Pierre Auger Observatory // Bras. J. of Phys. 2014. V. 44. 5 . С. 560.