

Хаотическая динамика модифицированных лабиринтных систем Томаса с ангармоническими составляющими

Л.В. Савкин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

В докладе представлены результаты исследования хаотической динамики модифицированных лабиринтных систем Томаса с ангармоническими составляющими. Обсуждается возможность приложения разработанных математических моделей к ранее предложенным [1] методам *хаотической лабиринтной модуляции* (CLM-модуляция, от англ. *Chaotic Labyrinth Modulation*). Показана возможность частичного сглаживания хаотических решений в трехмерных фазовых портретах лабиринтных систем Томаса, что, в свою очередь, предлагается использовать в параметрических и непараметрических методах CLM-модуляции, основанных на проективной символической динамике лабиринтных систем Томаса с ангармоническими составляющими.

Цель работы – исследование модифицированных лабиринтных систем Томаса с ангармоническими составляющими и разработка эффективных методов CLM-модуляции.

1 Особенности модифицированной модели. Модификация стандартной лабиринтной системы Томаса [2, 3] получается за счет добавления в правую часть системы до k ангармонических слагаемых [4], что можно представить в виде системы T_{MA} вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sin y + \sin 2y + \sin 3y + \dots + \sin ky - bx \\ \dot{y} = \sin z + \sin 2z + \sin 3z + \dots + \sin kz - by \\ \dot{z} = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin kx - bz. \end{cases} \quad (1)$$

С учетом известных [2] свойств стандартной лабиринтной системы Томаса, модифицированную систему T_{MA} из (1) можно переписать в еще более общей форме T_{MA}^* :

$$\begin{cases} \dot{x} = G(y) + G(2y) + G(3y) + \dots + G(ky) - bx \\ \dot{y} = G(z) + G(2z) + G(3z) + \dots + G(kz) - by \\ \dot{z} = G(x) + G(2x) + G(3x) + \dots + G(kx) - bz, \end{cases} \quad (2)$$

где $G(\circ)$ – гармоническая функция $\sin(\circ)$ или $\cos(\circ)$.

2 Эффект сглаживания хаотических решений. На рис. 1 представлены трехмерные фазовые портреты «лабиринтного» хаоса Томаса, соответствующие стандартной (рис. 1, а) и двум модифицированным (б, в) моделям лабиринтных систем Томаса.

Данный рисунок иллюстрирует эффект частичного сглаживания хаотических решений, который наблюдается в системе (2) при $k = 3$ (рис. 1, б) и при $k = 5$ (рис. 1, в).

В работе произведен расчет показателей спектра Ляпунова для модифицированных систем (2) (рис. 1, б, в) при различных параметрах b : $b_1 = 0.08$, $b_2 = 0.068$, $b_3 = 0.026$ и $b_4 = 0.008$. В основу методики расчета показателей был положен модифицированный алгоритм Бенеттина [5]. Оценка показателей спектра Ляпунова совместно с анализом спектральных характеристик генераторов хаоса, реализованных на базе ПЛИС Xilinx Virtex-6 LX240T FPGA с использованием разработанных модифицированных моделей (осцилляторов) Томаса, позволяют сделать положительное заключение о возможности их использования в параметрических (по параметру b) методах CLM-модуляции. Предложен обобщенный вариант методики проектирования прецизионных [6, 7] генераторов хаоса Томаса на ПЛИС FPGA.

3 Элементы символической динамики и их приложения к методам CLM-модуляции.

Обнаруженный эффект частичного сглаживания хаотических решений можно более удобным образом (по сравнению со стандартной системой Томаса) использовать в параметрических и непараметрических методах CLM-модуляции, основанных на проективной символической динамике лабиринтных систем Томаса. Подход по анализу символической динамики лабиринтных систем Томаса в данной работе отличен от известного подхода [3].

Здесь исследуется *проективная символическая динамика* модифицированных систем (2), основанная на итерационном анализе проекций хаотических решений системы T_{MA} на одну из плоскостей фазового пространства системы (рис. 2), что можно представить в виде зависимости

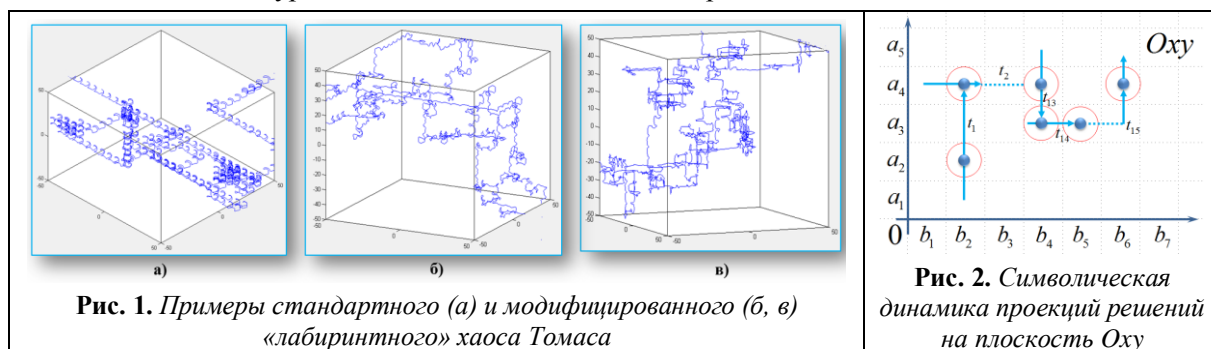
$$\Phi: T_{MA} \rightarrow \langle a_i; b_j \rangle_{Oxy},$$

или

$$\Phi(t_m) \triangleq f(a_i, b_j, t_m)_{Oxy},$$

где $a_i, i = \overline{1, I^{\max}}$ и $b_j, j = \overline{1, J^{\max}}$ являются элементами разбиения плоскости Oxy , отображающими символическую динамику проекций хаотических решений системы T_{MA} в моменты времени $t_m, m \in \mathbb{Z}^+$ на плоскость Oxy (показано для случая в 1-ой четверти).

Выводы. Предложенные модификации лабиринтных систем Томаса полностью удовлетворяют общепринятым [6] требованиям для применения их в параметрических и непараметрических методах хаотической модуляции (в данном случае CLM-модуляции). Предложена методика проектирования прецизионных генераторов «лабиринтного» хаоса Томаса на ПЛИС FPGA, позволяющая использовать разработанные в настоящей работе модифицированные модели лабиринтных систем Томаса с ангармоническими составляющими в качестве основных уравнений хаотических осцилляторов.



Литература

1. Савкин Л.В. Разработка методов хаотической модуляции, основанных на «лабиринтном» хаосе Томаса / Материалы XI Международной школы-конференции «Хаотические колебания и образование структур» (ХАОС-2016), Саратов: Издательский центр «Наука», 2016. – с. 105.
2. Gotthans T., Petrzela J. Experimental Study of the Sampled Labyrinth Chaos. Radioengineering, Vol. 20, No. 4, 2011, pp. 873 – 879.
3. Sprott J.C., Chlouverakis K.S. Labyrinth Chaos. International Journal of Bifurcation and Chaos, Appl. Sci. Eng., Vol. 17, No. 6, 2007, pp. 2097 – 2108.
4. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания: Учеб. пособие для вузов / 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 292 с.
5. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций): Учеб. пособие для вузов / 2-е изд. перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 356 с.
6. Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И. Генерация хаоса / Под общ. ред. Дмитриева А.С. – М.: Техносфера, 2012. – 424 с.
7. Savkin L.V. Analysis of the Methods of Implementation of the Precision Chaos Generators. Dynamics, Bifurcation, and Chaos 2016 (DBC III). International Conference-School of Lobachevsky University. July 18 – 22, 2016. Book of abstracts. Nizhny Novgorod, 2016, pp. 36.