

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МГНОВЕННОГО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЕНИЯ В АЗОВСКОМ МОРЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СОПРЯЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

В.С. Кочергин, С.В. Кочергин

*Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

E-mail: vskocher@gmail.com, ko4ep@mail.ru

Возрастающая антропогенная нагрузка на акваторию Азовского моря требует создания систем мониторинга состояния окружающей среды, позволяющей оперативно оценивать экологическую обстановку в районах подвергающихся техногенному воздействию, особенно в областях интенсивного судоходства и в акваториях портов. Решение таких задач возможно на основе методов математического моделирования переноса пассивной примеси [1] и методов решения обратных задач [2 – 4], когда по данным измерений за счет их ассимиляции происходит идентификация тех или иных параметров численного моделирования. В последнее время вариационные методы ассимиляции и метод сопряженных уравнений активно развиваются и используются для решения океанологических задач [5 – 7]. Для оперативности получения информации о состоянии исследуемого объекта численная реализация таких моделей и алгоритмов должна осуществляться на высокопроизводительной вычислительной технике с использованием современных подходов, в том числе, распараллеливания вычислений. Алгоритмы усвоения данных измерений основаны, как правило, на минимизации квадратичного функционала качества прогноза, характеризующего отклонения модельного решения от данных измерений. При этом модель переноса пассивной примеси выступает в качестве ограничений на вариации входных параметров. В работе [8] рассмотрен вариационный алгоритм идентификации мощности источника. В настоящей работе применен метод сопряженных уравнений [9], который позволяет осуществить поиск параметров источника загрязнения эффективно с точки зрения организации вычислительного процесса.

Рассмотрим модель переноса пассивной примеси в  $\sigma$ -координатах

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + \frac{\partial DUC}{\partial x} + \frac{\partial DVC}{\partial y} + \frac{\partial WC}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial DC}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial DC}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{K}{D} \frac{\partial C}{\partial \sigma} \quad (1)$$

с условиями на боковых границах

$$\Gamma: \frac{\partial C}{\partial n} = 0, \quad (2)$$

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\begin{aligned} \sigma = 0: \quad \frac{\partial C}{\partial \sigma} &= Q, Q = Q_s \cdot \delta(t-0) \cdot \delta(x-x_0) \cdot \delta(y-y_0) \\ \sigma = -1: \quad \frac{\partial C}{\partial \sigma} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

и начальными данными

$$C(x, y, \sigma, 0) = 0, \quad (4)$$

где  $t$  – время;  $x_0, y_0$  – координаты точечного источника;  $D$  – динамическая глубина;  $C$  – концентрация примеси;  $Q$  – мгновенный точечный источник постоянной мощности;  $U, V, W$  – компоненты поля скорости;  $A_H$  и  $K$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно;  $n$  – нормаль к боковой границе.

Умножая (1) – (4) на  $C^*$  и интегрируя по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности в  $\sigma$ -координатах

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0, \quad (5)$$

и выбирая  $C^*$ , как решение следующей сопряженной задачи

$$-\frac{\partial DC^*}{\partial t} - \frac{\partial DUC^*}{\partial x} - \frac{\partial DVC^*}{\partial y} - \frac{\partial WC^*}{\partial \sigma} - D \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial C^*}{\partial x} - D \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial C^*}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma} K \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (6)$$

$$\Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = g, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (7)$$

$$t = T: C^* = 0, \quad (8)$$

получим:

$$\int_S Q \cdot C^* \cdot dS = \int_S C \cdot g \cdot dS, \quad (9)$$

где  $S$  – поверхность моря,  $g = \delta(t-T) \cdot \delta(x-x_n) \cdot \delta(y-y_n)$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,  $N$  – общее количество точек измерений на конечный момент времени. Учитывая представления для  $Q$  и  $g$  из формулы (9) имеем:

$$Q_s C_n^*(0, x_0, y_0, 0) = C(T, x_n, y_n, 0), \quad n = 1, \dots, N \quad (10)$$

Формула (9) аналогична формуле полученной в методе оценки [10] поля концентрации по различным начальным данным и является по своей сути двойственным представлением [9] концентрации через мощность и

решение соответствующей сопряженной задачи. Отметим, что  $N$  сопряженных задач для  $N$  точек являются независимыми друг от друга и могут быть реализованы в параллельном режиме различными исполнителями (процессорами).

В случае если координаты точки выброса  $(x_0, y_0)$  подлежат определению, то решая  $N$  сопряженных задач (6) – (8) можно определить область  $\Omega = \bigcap L_n, n = 1, \dots, N$ , где  $L_n$  – области существенных значений  $C_n^*$ . Проведенные предварительные численные эксперименты показали, что априорная информация о местоположении пятна загрязнения и его границах важна при определении области  $\Omega$ . Расположение точек  $(x_i, y_i)$  на границе пятна загрязнения позволяет существенно сузить область  $\Omega$  а измерения в точках максимальной концентрации приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи определения  $Q_s$ . Выбирая  $(x_i, y_i) \in \Omega$ ,  $i = 1, \dots, M$ , можно построить  $M$  систем для различных координат источника загрязнения. Наилучшая оценка  $Q_s$  будет соответствовать истинному положению источника. Для  $(x_i, y_i) = (x_0, y_0)$  величины  $Q_s^n \approx Q_s$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Значения  $Q_s$  находятся из системы (10) при помощи метода фильтрации [11] хорошо зарекомендовавшего себя при решении океанологических задач [12]. В случае переопределенной системы (10) и ошибок при измерении  $C_n$  необходима фильтрация данных измерений с учетом всей информации сосредоточенной в  $N$  уравнениях. В результате работы процедуры уравнение новой системы сортируются по рангу и неинформативные уравнения удаляются. В итоге в первой строке системы появляется уравнение с наилучшей обусловленностью из которого находится величина  $Q_s$ .

Численные эксперименты проводились с использованием модели из работы [1] для акватории Азовского моря. Для тестирования алгоритма идентификации мощности источника был проведен расчет на установление модельного поля течений под воздействием постоянного ветра северо-восточного направления со скоростью 10 м/с. В результате моделирования также было получено пространственное распределение коэффициентов  $A_H$  и  $K$ . Поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входной информации при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 суток.

Модельное поле концентрации рассчитывалось при  $Q_s = 1$ , а результаты расчетов нормировались на максимальное значение. На рис. 1 изображено истинное местоположение мгновенного точечного источника, которое обозначено черной точкой. Кроме модельного поля концентрации на этом рисунке изображены 4 точки измерений ( $N = 4$ ). Результат интегрирования четырех сопряженных задач (6 – 8) представлен на рис. 2.

Соответствующая этим сопряженным задачам область  $\Omega$  выделена на рисунке серым цветом. Из рисунка видно, что истинное местоположение источника, обозначенное на рисунке цифрой «1» принадлежит области  $\Omega$ . Для этой точки решение четырех уравнений системы (10) имеет следующие значения  $Q_s^1 = 1.024$ ,  $Q_s^2 = 0.9882$ ,  $Q_s^3 = 0.9581$ ,  $Q_s^4 = 1.2446$ . Для точки «2»  $Q_s^1 = 0.8863$ ,  $Q_s^2 = 2.2692$ ,  $Q_s^3 = 1.3714$ ,  $Q_s^4 = 21.1078$ , для точки «3»  $Q_s^1 = 2.5234$ ,  $Q_s^2 = 1.1829$ ,  $Q_s^3 = 0.4601$ ,  $Q_s^4 = 1.2467$ . Точка «1» является истинным местоположением источника загрязнения, так как значения в этой точке  $Q_s^i \approx 1$ . Значения  $Q_s^i$  в остальных точка в большей мере отличаются друг от друга, поэтому они не рассматриваются. Из переопределенной системы (10) для точки «1» на основе метода фильтрации находим  $Q_s = 1.0122$ .

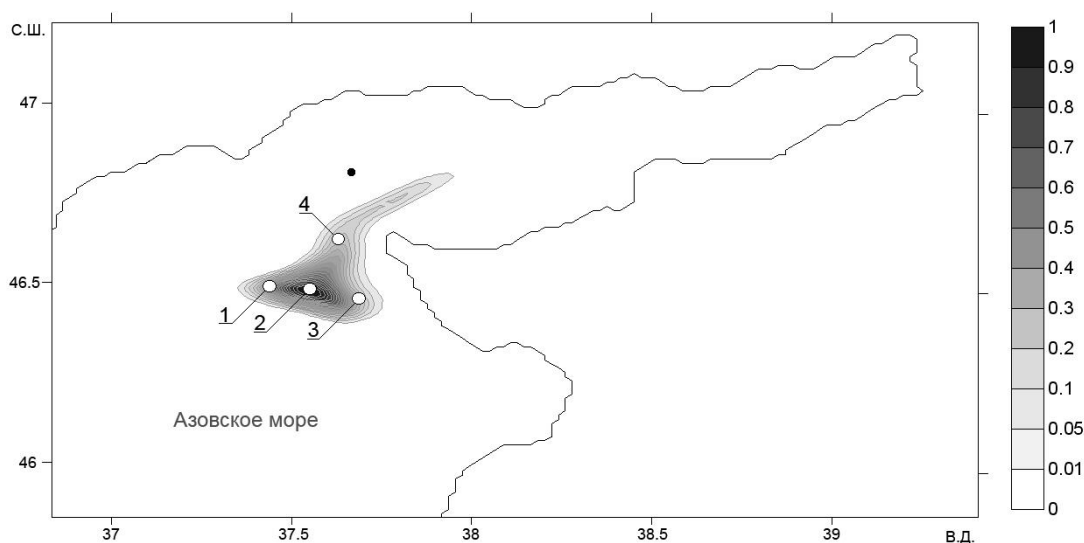


Рис. 1. Местоположение мгновенного точечного источника, нормированное поле концентрации и точки измерений

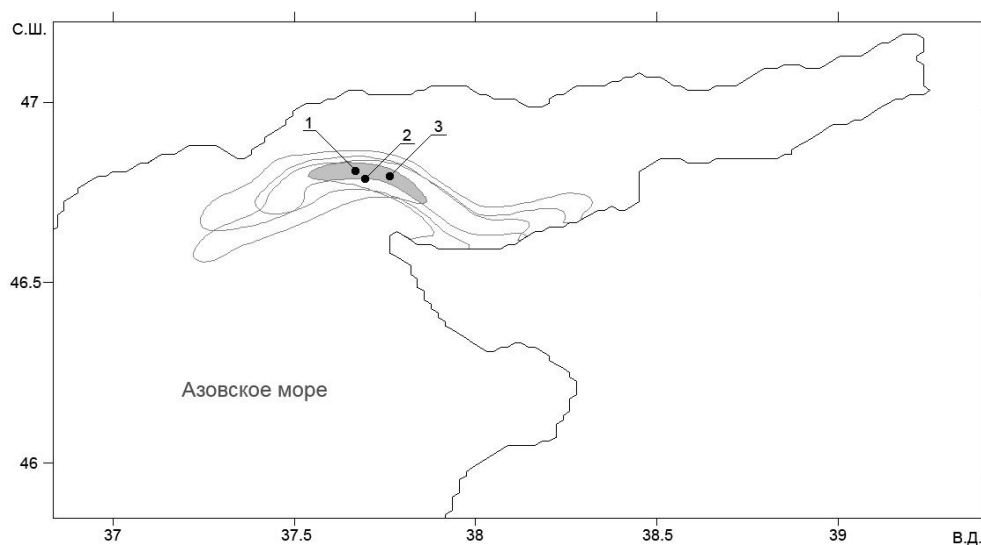


Рис. 2. Решение сопряженных задач, область  $\Omega$  и местоположения источников загрязнения

Численные эксперименты показали, что результат идентификации существенно зависит от местоположения точек измерений. Наиболее точное воспроизведение истинного значения мощности источника загрязнения получается в случае, когда измерения производятся в области максимальных значений поля концентрации, что приводит к лучшей обусловленности решаемой задачи. Использование метода фильтрации при решении переопределенной системы позволяет получать решение с учетом всей поступающей информации. В целом проведенные численные эксперименты показали надежную работу алгоритма идентификации мощности источника загрязнения, применительно к модели переноса пассивной примеси в Азовском море. Результаты могут быть использованы для решения различных задач экологической направленности при изучении воздействия источников загрязнения антропогенного характера в акваториях Азовского и Черного морей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В.А., Фомин В.В. Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша. – Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2008. – 363 с.
2. Marchuk G.I., Penenko V.V. Application of optimization methods to the problem of mathematical simulation of atmospheric processes and environment // Modelling and Optimization of Complex Systems / Ed. G.I. Marchuk. – Proc. of the IFIP-TC7 Working conf. – NewYork: Springer, 1978. – P. 240 – 252.
3. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Использование вариационных принципов и решения сопряженной задачи при идентификации входных параметров модели переноса пассивной примеси // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2010. – Вып. 22. – С. 240 – 244.
4. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 350 с.
5. Агошков В.И., Пармузин Е.И., Шутяев В.П. Ассимиляция данных наблюдений в задаче циркуляции Черного моря и анализ чувствительности её решения // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 2013, Т.49, №6, С.643 – 654.
6. Шутяев В.П., Ле Диме Ф., Агошков В.И., Пармузин Е.И. Чувствительность функционалов задач вариационного усвоения данных

наблюдений // Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, 2015, Т.51, №3, С.392 – 400.

7. Рябцев Ю.Н., Шапиро Н.Б. Определение начального положения обнаруженных в открытой части моря поверхностных линз пониженной солености примеси // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2009. – Вып. 18. – С. 141 – 157.

8. Кочергин В.С., Кочергин С.В., Идентификация мощности источника загрязнения в Казантипском заливе на основе применения вариационного алгоритма // Морской гидрофизический журнал, 2015, №2., – С. 79 – 88.

9. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М. Наука. – 1982. – 320с.

10. Кочергин В.С. Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // «Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа», МГИ НАНУ, Севастополь 2011., Вып 25, том 2, с. 270 – 376.

11. Страхов В.Н. Метод фильтрации систем линейных алгебраических уравнений – основа для решения линейных задач гравиметрии и магнитометрии / Докл. АН СССР. – 1991. – 320, №3. – С. 595–599.

12. Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н. Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов // НПЦ «ЭКОСИ – Гидрофизика», Севастополь, 2002. – 238 с.