

Косвенное обменное взаимодействие магнитных примесей, расположенных вблизи края двумерного топологического изолятора

В.Д. Курилович^{1,2}, П.Д. Курилович^{1,2}, И.С. Бурмистров^{1,3}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Сколковский институт науки и технологий

³Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН

Теоретически рассмотрено косвенное обменное взаимодействие магнитных примесей, расположенных вблизи края двумерного топологического изолятора на основе квантовой ямы CdTe/HgTe/CdTe в случае, когда химический потенциал лежит в щели. Электронные состояния описывались при помощи гамильтониана ВНЗ [1] в упрощенной модели, пренебрегающей квадратичными по квазиимпульсу слагаемыми. Объемные состояния в таком приближении имеют дираковский спектр $E_{\text{bulk}}(\mathbf{k}) = \pm\sqrt{A^2k^2 + M^2}$, где M - щель, а A - один из параметров гамильтониана ВНЗ. Для описания краевых состояний был привлечен подход Волкова и Панкратова [2]: щель M считалась отрицательной и конечной в полупространстве $x < 0$, а также положительной и большой в полупространстве $x > 0$. Спектр краевых состояний в такой модели строго линеен и имеет вид $E_{\text{edge}}^{\uparrow/\downarrow}(k_y) = \mp Ak_y$.

Эффективный гамильтониан косвенного обменного взаимодействия двух магнитных примесей – \mathbf{S}_A , расположенной в точке \mathbf{R}_A , и \mathbf{S}_B , расположенной в точке \mathbf{R}_B - вычислялся при помощи мацубаровской диаграммной техники путем нахождения поправки к термодинамическому потенциалу:

$$H_{\text{eff}} = T \sum_{i\epsilon_n} \text{Tr} J_A G(i\epsilon_n, \mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B) J_B G(i\epsilon_n, \mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A) \quad (1)$$

где $J_{A/B}$ – матрица взаимодействия спина примеси A/B со спинами электронов в квантовой яме (см. [3]), $\epsilon_n = \pi T(2n + 1)$ – фермионные мацубаровские частоты, а $G(i\epsilon_n, \mathbf{R}, \mathbf{R}')$ – мацубаровская функция Грина, вычисление которой производилось при помощи представления Леманна. В работе рассмотрен предел $T \rightarrow 0$.

Было показано, что косвенное обменное взаимодействие представляет собой сумму трех качественно отличных вкладов: обмена через объемные состояния $H_{\text{eff}}^{\text{bulk}}$, обмена через краевые состояния $H_{\text{eff}}^{\text{edge}}$ и интерференционного обмена $H_{\text{eff}}^{\text{int}}$.

Обмен через объемные состояния ожидаемо (см. [4]) убывает экспоненциально по мере разнесения магнитных примесей в пространстве. В простейшем случае, когда примеси расположены далеко от края, асимптотика ответа на больших расстояниях ($|\mathbf{R}_A - \mathbf{R}_B| \gg A/M$) имеет вид:

$$H_{\text{eff}}^{\text{bulk}} = \lambda e^{-2r/a_m} \left(\frac{a_m}{\pi r} \right)^{3/2} \left(J_m^A J_m^B (\mathbf{S}_{\parallel}^A \cdot \mathbf{S}_{\parallel}^B) - 4J_0^A J_0^B (\mathbf{S}_{\parallel}^A \cdot \mathbf{n})(\mathbf{S}_{\parallel}^B \cdot \mathbf{n}) - \right. \\ \left. - 2(J_0^A J_z^B (\mathbf{S}_{\parallel}^A \cdot \mathbf{n}) S_z^B - J_z^A J_0^B S_z^A (\mathbf{S}_{\parallel}^B \cdot \mathbf{n})) + J_z^A J_z^B S_z^A S_z^B \right) \quad (2)$$

Здесь $a_m = A/M$, $\lambda = (8|M|a_m^4)^{-1}$, $\mathbf{n} = (\mathbf{R}_A - \mathbf{R}_B)/|\mathbf{R}_A - \mathbf{R}_B|$ и $J_i^{A/B}$ - компоненты матрицы взаимодействия примеси с электронами. Направление z перпендикулярно плоскости

топологического изолятора, а $\mathbf{S}_{\parallel} = (S_x, S_y, 0)^T$. Стоит отметить нетривиальную спиновую структуру этого выражения.

Обмен за счет краевых состояний характеризуется типичным для 1D металла поведением и имеет вид:

$$H_{\text{eff}}^{\text{edge}} = -4\lambda \frac{a_m e^{(x_A+x_B)/a_m}}{\pi |y_A - y_B|} J_m^A J_m^B \left(\cos[2k_F(y_A - y_B)] (\mathbf{S}_{\parallel}^A \cdot \mathbf{S}_{\parallel}^B) + \right. \\ \left. + \sin[2k_F(y_A - y_B)] [\mathbf{S}_{\parallel}^A \times \mathbf{S}_{\parallel}^B]_z \right) \quad (3)$$

Здесь $|y_A - y_B|$ - расстояние между примесями вдоль края. Полученное выражение спадает степенным образом и осциллирует с удвоенным фермиевским вектором краевых состояний k_F по мере удаления примесей друг от друга вдоль края. Важно отметить, что эта часть обмена связывает только компоненты спинов в плоскости.

Основной результат работы – анализ интерференционной части косвенного обменного взаимодействия. Главная особенность интерференционного обмена – наличие масштаба затухания $\Lambda_{\mu} = a_m \left(1 - \mu^2 / M^2\right)^{-1/2}$, нетривиальным образом зависящего от положения химического потенциала. Затухание такого типа приводит к тому, что интерференционный обмен оказывается главным механизмом взаимодействия, когда одна примесь расположена на краю, а другая – на некотором расстоянии от него.

В простейшем же случае, когда обе примеси расположены в точности на краю, выражение для $H_{\text{eff}}^{\text{int}}$ особенно компактно и при $\mu \neq 0$ имеет следующий асимптотический вид:

$$H_{\text{eff}}^{\text{int}} = -4\lambda \frac{e^{-r/\Lambda_{\mu}}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{a_m}{r}\right)^{5/2} \left(4J_m^A J_m^B \left(\cos[k_F r] (\mathbf{S}_{\parallel}^A \cdot \mathbf{S}_{\parallel}^B) - \sin[k_F r] [\mathbf{S}_{\parallel}^A \times \mathbf{S}_{\parallel}^B]_z \right) + \right. \\ \left. + 4J_0^A J_0^B \cos[k_F r - 2\theta_{\mu}] S_x^A S_x^B + 2\cos[k_F r - 2\theta_{\mu}] \left(J_0^A J_z^B S_x^A S_z^B + J_z^A J_0^B S_x^B S_z^A \right) \right. \\ \left. + J_z^A J_z^B S_z^A S_z^B \cos[k_F r - 2\theta_{\mu}] \right) \quad (4)$$

где $e^{i\theta_{\mu}} = \mu / |M| - i \left(1 - \mu^2 / M^2\right)^{1/2}$. Стоит обратить внимание на то, что в этом выражении присутствует Изинговский член, поэтому интерференционный обмен может являться основным типом взаимодействия для примесей на краю, если в системе присутствует анизотропия типа легкая ось $H_{\text{anis}} = -DS_z^2$.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-52-06005.

Литература

1. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, S.-C. Zhang Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells // Science. 2006. V. 314. P. 1757.
2. Volkov B. A., Pankratov O. A. Two-dimensional massless electrons in an inverted contact // JETP Letters. 1985. V. 42. No. 4. P. 145
3. Kurilovich P. D., Kurilovich V. D., Burmistrov I. S. Indirect exchange interaction between magnetic impurities in the two-dimensional topological insulator based on CdTe/HgTe/CdTe quantum wells // Phys. Rev. B. 2016. V. 94. P. 155408
4. N. Bloembergen, T. J. Rowland Nuclear spin exchange in solids: Tl²⁰³ and Tl²⁰⁵ magnetic resonance in thallium and thallic oxide // Phys. Rev. 1955. V. 97. P. 1679