УДК 538.915

Косвенное обменное взаимодействие магнитных примесей в двумерном топологическом изоляторе на основе квантовой ямы CdTe/HgTe/CdTe

***П.Д. Курилович*[1,2], *В.Д. Курилович*[1,2], *И.С. Бурмистров*[3,1]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Сколковский институт науки и технологий
[3]Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН

Аналитически рассмотрена задача о косвенном обменном взаимодействии двух магнитных примесей в двумерной квантовой яме CdTe/HgTe/CdTe выращенной вдоль направления (001) в случае, когда химический потенциал лежит в щели спектра. Косвенное обменное взаимодействие между примесями создается за счет их взаимодействия с электронной подсистемой. Электроны в квантовой яме были рассмотрены в рамках расширенной модели BHZ [1]. Гамильтониан этой модели, записанный в стандартном базисе $\left|E1,+\right\rangle$, $\left|H1,+\right\rangle$, $\left|E1,-\right\rangle$, $\left|H1,-\right\rangle$ [2], имеет следующий вид:

$$H = -Dk^2 + \begin{pmatrix} M - Bk^2 & Ak_+ & 0 & \Delta \\ Ak_- & -M + Bk^2 & -\Delta & 0 \\ 0 & -\Delta & M - Bk^2 & -Ak_- \\ \Delta & 0 & -Ak_+ & -M + Bk^2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Параметр Δ отвечает отсутствию инверсионной симметрии $z \to -z$. Энергетический спектр такого гамильтониана:

$$\varepsilon = -Dk^2 \pm \sqrt{(Ak \pm \Delta)^2 + (M - Bk^2)^2} \tag{2}$$

Знак M определяет, в какой фазе находится квантовая яма – тривиальной ($M > 0$) или топологической ($M < 0$).

Было выяснено, что взаимодействие примеси и электронов в простейшем случае выражается следующим гамильтонианом:

$$V = \delta(r - r_0)\mathcal{V} = \delta(r - r_0)\begin{pmatrix} J_1 S_z & -iJ_0 S_+ & J_m S_- & 0 \\ iJ_0 S_- & J_2 S_z & 0 & 0 \\ J_m S_+ & 0 & -J_1 S_z & -iJ_0 S_- \\ 0 & 0 & iJ_0 S_+ & -J_2 S_z \end{pmatrix} \tag{3}$$

Где S - спин примеси, а константы J_0, J_1, J_2 и J_m выражаются через огибающие функции базисных состояний. В таком случае, взаимодействие примесей A и B дается уравнением:

$$H_{\mathrm{IEI}} = T\sum_{\varepsilon_n} \mathrm{Tr}\left(\mathcal{V}_A G(i\varepsilon_n, r_A - r_B)\mathcal{V}_B G(i\varepsilon_n, r_B - r_A)\right) \tag{4}$$

Здесь G - функция Грина электронов. Детальный анализ этого уравнения был проведен для случая больших расстояний между магнитными примесями $R = |r_A - r_B| \gg \dfrac{A}{|M|}$.

В этом случае гамильтониан взаимодействия задается следующим выражением:

$$H_{\mathrm{IEI}} = \sum_{a,b=x,y,z} K_{ab} S_a^A S_b^B$$

$$\begin{aligned}
K_{xx} &= J_m^A J_m^B \left[F(R) n_x^2 + F_c(R) n_y^2 \right] - 4 J_0^A J_0^B F_c(R) n_x^2 - 2 \operatorname{sgn} M \, (J_0^A J_m^B + J_m^A J_0^B) F_s(R) n_x n_y \\
K_{xy} &= \left[J_m^A J_m^B \left(F_c(R) - F(R) \right) - 4 J_0^A J_0^B F_c(R) \right] n_x n_y - 2 \operatorname{sgn} M \, (J_0^A J_m^B n_x^2 + J_m^A J_0^B n_y^2) F_s(R) \\
K_{xz} &= 2 \operatorname{sgn} M \, J_0^A J_z^B F_c(R) n_x + J_m^A J_z^B F_s(R) n_y \\
K_{zz} &= J_z^A J_z^B F_c(R)
\end{aligned} \tag{5}$$

Тут $n = \dfrac{r_A - r_B}{|r_A - r_B|}$ и $J_z = J_1 + J_2$. Элементы K_{yy}, K_{yx} и K_{yz} можно получить из K_{xx} , K_{xy} , K_{xz} заменой $n_x \leftrightarrow n_y$, а K_{zx} , K_{zy} равны $-K_{xz}$ и $-K_{yz}$ соответственно с переставленными индексами A, B. Функции F , F_c , F_s определены как

$$F(R) = \frac{|\mathrm{M}|^3 \left(1 + \left(\dfrac{\Delta}{M}\right)^2\right)^{1/2}}{(2\pi)^{3/2} A^4} \left(\frac{\lambda_1}{R}\right)^{3/2} e^{-R/\lambda_1} \tag{6}$$

$$F_c(R) = F(R) \cos\left(R/\lambda_2 - \arctan \frac{\Delta}{|M|}\right), \qquad F_s(R) = F(R) \sin\left(R/\lambda_2 - \arctan \frac{\Delta}{|M|}\right)$$

$$\lambda_1 = \frac{A}{2|M|}, \quad \lambda_2 = \frac{A}{2\Delta}$$

Экспоненциальное спадание взаимодействия соответствует общим ожиданиям [3]. Особенностями полученного выражения для косвенного обменного взаимодействия являются нетривиальная спиновая структура, отсутствие вращательной инвариантности в плоскости квантовой ямы и зависимость знака некоторых слагаемых от топологической фазы. Стоит отметить, что инверсионная асимметрия приводит к осцилляциям взаимодействия с расстоянием. Оценка масштабов задачи на основе данных из [1], [4] приводит к следующим значениям: $\lambda_1 \approx 20$ nm и $\lambda_2 \approx 25$ nm. При отсутствии инверсионной асимметрии гамильтониан упрощается:

$$\begin{aligned}
H_{\mathrm{IEI}} = F(R) \Big[& J_m^A J_m^B \left(S_\parallel^A \cdot S_\parallel^B \right) - 4 J_0^A J_0^B \left(S_\parallel^A \cdot n \right) \left(S_\parallel^B \cdot n \right) + 2 \operatorname{sgn} M \Big(J_0^A J_z^B \left(S_\parallel^A \cdot n \right) S_z^B - \\
& - J_z^A J_0^B S_z^A \left(S_\parallel^B \cdot n \right) \Big) + J_z^A J_z^B S_z^A S_z^B \Big]
\end{aligned} \tag{7}$$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-52-06005.

Литература

1. S. A. Tarasenko, M. V. Durnev, M. O. Nestoklon, E. L. Ivchenko, J.-W. Luo, and A. Zunger, Split Dirac cones in HgTe/CdTe quantum wells due to symmetry-enforced level anticrossing at interfaces, Phys. Rev. B 91, 081302 (2015)
2. B. A. Bernevig, T. L. Hughes, and S.-C. Zhang, Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells, Science 314, 1757 (2006)
3. A. A. Abrikosov, Spin glasses with short range interaction, Adv. Phys. 29, 869 (1980)
4. Xiao-Liang Qi and Shou-Cheng Zhang, Topological insulators and superconductors, Rev. Mod. Phys. 83, 1057 (2011)