

Анализ ассортативности в моделях предпочтительного присоединения

1 А.В. Крот, 1,2 Л.А. Прохоренкова (Остроумова)

1 Московский физико-технический институт (государственный университет),

2 ООО «Яндекс»

В последнее время возникла потребность моделирования моделей графов, способных описывать рост реальных сетей – веб, транспортных, социальных, биологических и др. Особое интерес представляет собой Интернет, где в настоящее время глубоко изучены модели предпочтительного присоединения: Боллобаша-Риордана, Кумара-Томпкинса и др. Общий подход к моделям предпочтительного присоединения был предложен ранее (РА-класс – см. [1]). Было доказано, что распределение степеней вершин в графах предпочтительного присоединения подчиняется степенному закону, а также были получены оценки на глобальный и локальный кластерный коэффициенты [2]. В данной работе мы анализируем ассортативность моделей предпочтительного присоединения. Конкретно – поведение величины $d_{nn}(d)$ – средняя степень соседа вершины степени d в моделях РА-класса.

В ходе исследования удалось получить следующие результаты.

Теорема 1. Пусть G_m^n – принадлежит Т-подклассу с $A < \frac{1}{2}$. Тогда для любого $\epsilon > 0$ и любого $d = d(n) \geq m$

$$ES_n(d) = M(d) \left(n + O \left(n^{2A+\epsilon} d^{2+\frac{1}{A}} \right) \right),$$

где

$$M(d) = (Ad + B + 1) \left[\frac{X}{Am + B + 1} + \sum_{i=m+1}^d Y(i) \right] \cdot c(m, d),$$

$$X = \frac{m}{A(m-1) + B + 1} \left[B - \frac{D}{m} + \frac{(A(m-1) + 2B + 1) \cdot (Am + B + 1)}{1 - 2A} \right],$$

$$Y(i) = \frac{1}{A(i-1) + B + 1} \left[\frac{(B - D/m)}{Ai + B + 1} + \frac{(D/m)(i-1)}{A(i-1) + B} + m \right].$$

Асимптотически, мы имеем

$$M(d) \xrightarrow{d \rightarrow \infty} \frac{Am + B}{A^2} \cdot \frac{\Gamma \left(m + \frac{B+1}{A} \right)}{\Gamma \left(m + \frac{B}{A} \right)} \cdot \log(d) \cdot d^{-\frac{1}{A}}.$$

Теорема 2. Пусть G_m^n – принадлежит Т-подклассу с $A < \frac{1}{2}$. Тогда для любого $\epsilon > 0$ и любого $d = d(n) \geq m$

$$Ed_{nn}(d) = \frac{M(d)}{d \cdot c(m, d)} \left(1 + O \left(\frac{n^{2A+\varepsilon} d^{2+\frac{1}{A}}}{n} + \frac{d^{2+\frac{1}{A}} \cdot \log n}{\sqrt{n}} \right) \right).$$

При этом $\frac{M(d)}{d \cdot c(m, d)} \xrightarrow{d \rightarrow \infty} \frac{Am+B}{A} \cdot \log d$.

Литература

1. L. Ostroumova, A. Ryabchenko, E. Samosvat, *Generalized Preferential Attachment: Tunable Power-Law Degree Distribution and Clustering Coefficient*, Proc. WAW'13, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 8305, pp. 185-202 (2013)
2. L. Ostroumova Prokhorenkova, E. Samosvat, *Global Clustering Coefficient in Scale-Free Networks*, Proc. WAW'14, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 8882, pp. 47-58 (2014)
3. A. Krot, L. Ostroumova Prokhorenkova, *Local Clustering Coefficient in Generalized Preferential Attachment Models*, Proc. WAW'15, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 9479, pp. 15-28 (2015)