

Применение диаграмм Вороного для решения задач одноранговой сетью мобильных сенсоров.

Д.В. Яцкин^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²ОАО «РТИ»

Ключевые слова: *сенсор, одноранговая сеть, диаграмма Вороного, центроид, центроидальная диаграмма Вороного, ячейка Вороного.*

Робототехника стремительно развивается и все глубже входит в нашу жизнь. С развитием аппаратно-программной базы появляется потенциал для использования роботов во многих задачах, ранее недоступных для решения или решаемых неэффективно. В качестве средств для решения таких задач зачастую хорошо себя показывают одноранговые сети мобильных сенсоров, обеспечивающие решение задачи совокупным действием. Особенно удобно решать таким образом задачи мониторинга окружающей среды в какой-либо форме – например, построение температурных карт или обнаружение инородных объектов. Именно таким задачам будет посвящена настоящая статья.

Поскольку рассматриваются именно одноранговые сети, специфика решения задач заключается в том, что все устройства равнозначны и имеют совершенно одинаковые возможности. Соответственно, в ходе решения задачи, каждому сенсору должна быть поставлена своя область влияния (область действия), в пределах которой задача будет решаться именно этим устройством. Специфика и методология решения задачи напрямую зависит от конкретной постановки условия и начальных параметров, соответственно, решить ее в общем случае не представляется возможной. Тем не менее, можно рассмотреть задачу разделения некоей рабочей зоны на N областей влияния, соответствующих N сенсоров, выступающих в качестве средства для решения такой задачи.

Диаграммы Вороного.

Диаграмма Вороного конечного множества точек P на плоскости представляет собой такое разбиение плоскости, при котором каждая область этого разбиения образует множество точек, более близких к одному из

элементов множества P , чем к любому другому элементу множества. При этом каждая область такого разбиения называется *ячейкой Вороного*. Пример такого разбиения представлен на рисунке 1.

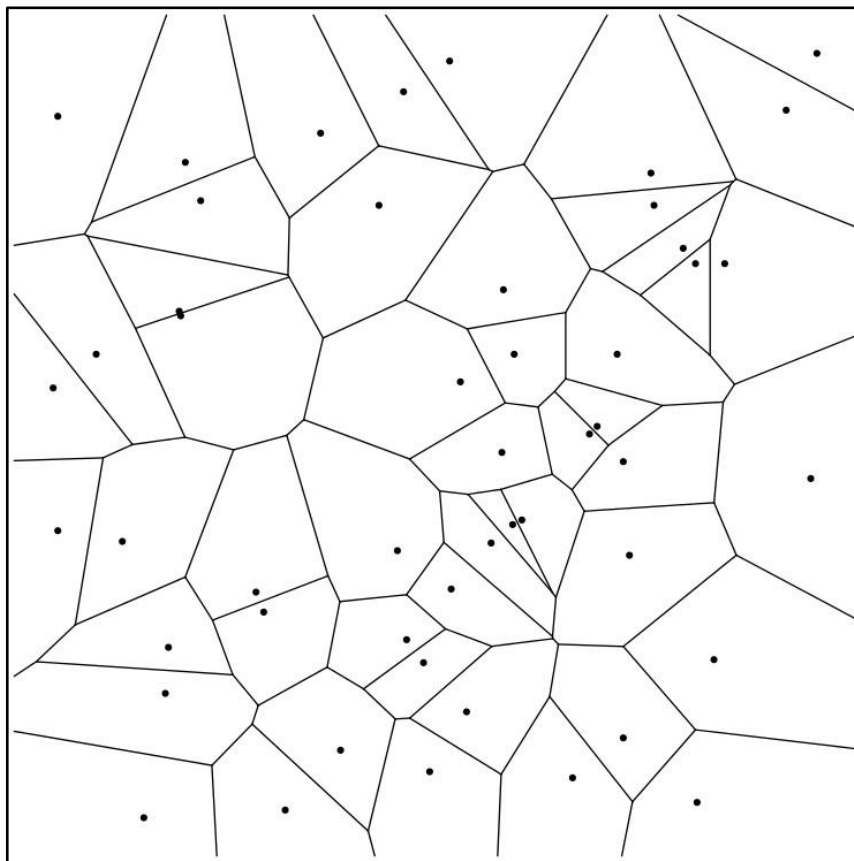


Рис.1. Пример диаграммы Вороного для некоторого набора генерирующих точек.

Следует заметить, что в данной статье рассматриваются только двумерные пространства, но делается это исключительно для наглядности. Для множеств более высокой размерности также может быть определена и построена диаграмма Вороного [1].

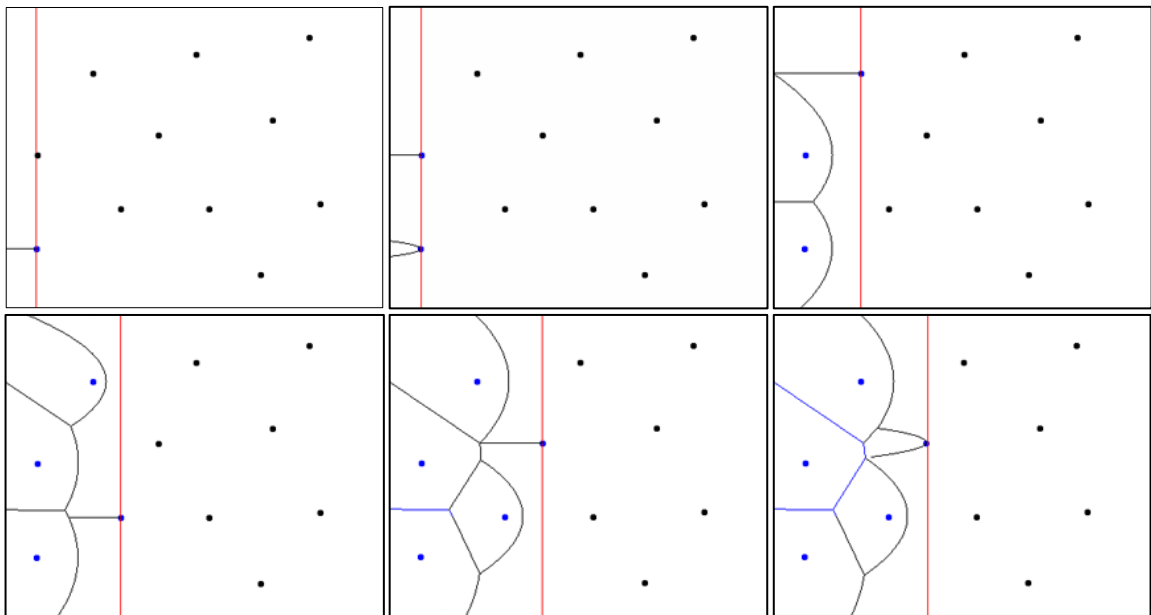
Для двумерного же пространства можно математически определить диаграмму Вороного следующим образом.

Евклидово расстояние между двумя точками $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ определяется как $dist(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Теперь рассмотрим набор $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$, состоящий из N точек. Определим диаграмму Вороного P как такое разбиение множества, при котором где случайно взятая точка q принадлежит i -ой ячейке тогда и только тогда, когда

$dist(q, p_i) < dist(q, p_j)$ для любого $p_j \in P$ при $i \neq j$. Будем обозначать диаграмму Вороного множества P как $Vor(P)$.

Каждая ячейка Вороного является пересечением некоторого счетного числа полуплоскостей, а соответственно, является выпуклой фигурой [2]. Ячейки Вороного отделяются друг от друга *гранями Вороного*. В общем случае диаграмма Вороного не имеет естественных внешних границ, так как плоскость простирается бесконечно во все стороны. Тем не менее, реальные задачи решаются только в ограниченных зонах/пространствах, которые и определяют естественные внешние границы. На рисунке 1, например, эти границы задаются внешним прямоугольником.

Существуют различные уже разработанные способы, методы и алгоритмы построения диаграмм Вороного по данному набору точек на плоскости. Наиболее приемлемым из существующих является Fortune's sweep line algorithm [3], сложность которого оценивается как $O(n \log n)$. Пример работы этого алгоритма представлен на рисунке 2.



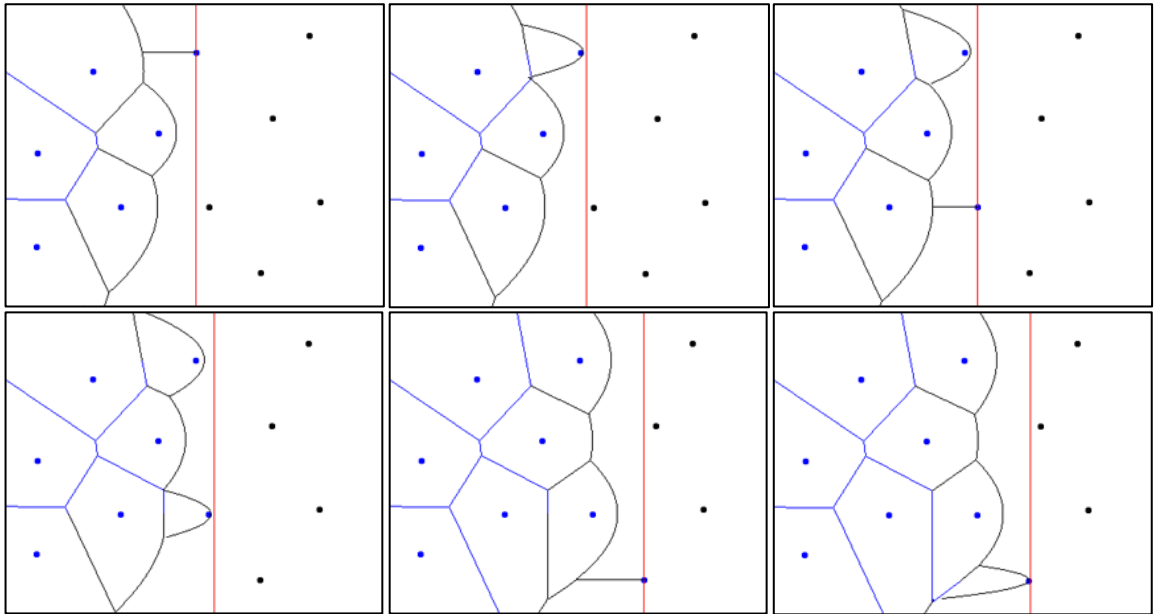


Рис. 2. Пример работы алгоритма Fortune.

Центридавальная диаграмма Вороного.

Центроид – центр масс фигуры или физического объекта. В замкнутом, несамопересекающемся многоугольнике, определяемом его вершинами $\{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{N-1}, y_{N-1})\}$, положение центроида (C_x, C_y) вычисляется следующим образом:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

$$C_x = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i + x_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

$$C_y = \frac{1}{6A} \sum_{i=0}^{N-1} (y_i + y_{i+1})(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

Центридавальная диаграмма Вороного – такая диаграмма, в которой для каждой ячейки генерирующая ее точка является центроидом. Рисунок 3 поясняет отличие произвольной диаграммы Вороного от центридавальной.

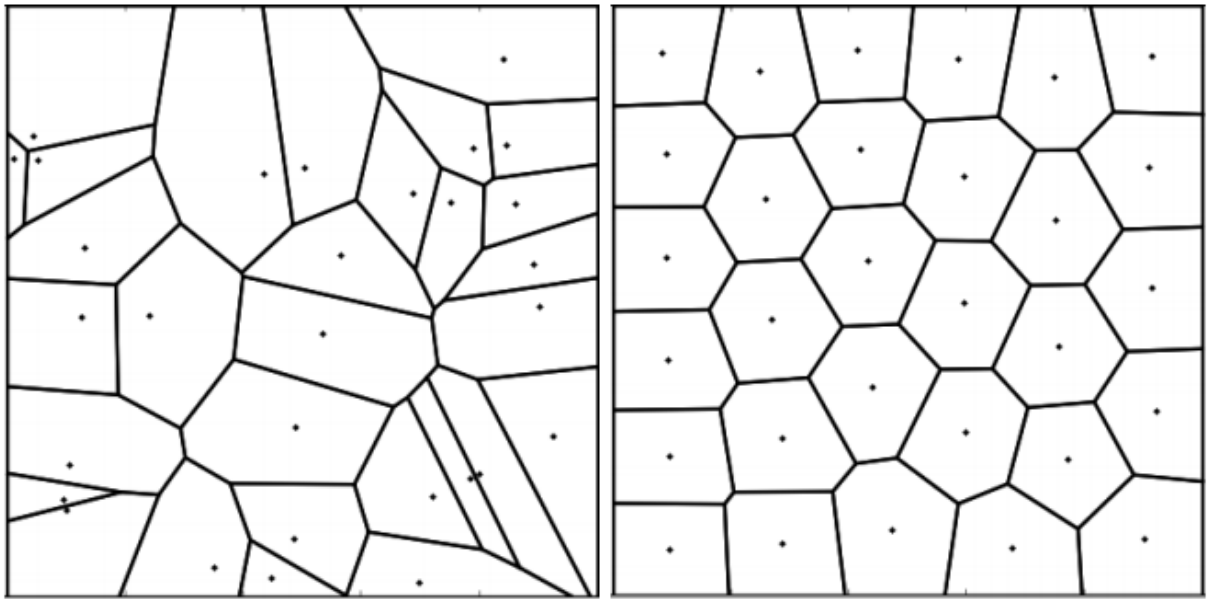


Рис. 3. Произвольная (слева) и центроидальная (справа) диаграммы Вороного.

Методы расчета центроидальной диаграммы Вороного представлены в работе [4]. Наиболее удобным для применения в робототехнических системах методом является метод Ллойда [5]. Указанный метод позволяет построить центроидальную диаграмму Вороного по заданной двумерной зоне и генерирующим точкам. Число итераций, необходимое для такого расчета, существенным образом зависит и от числа генерирующих точек, и от их начального положения, а также условия окончания работы. В качестве условия окончания работы обычно выступает некоторая точность, с которой необходимо достичь целевой точки.

Пример реализации данного метода представлен на рисунке 4.

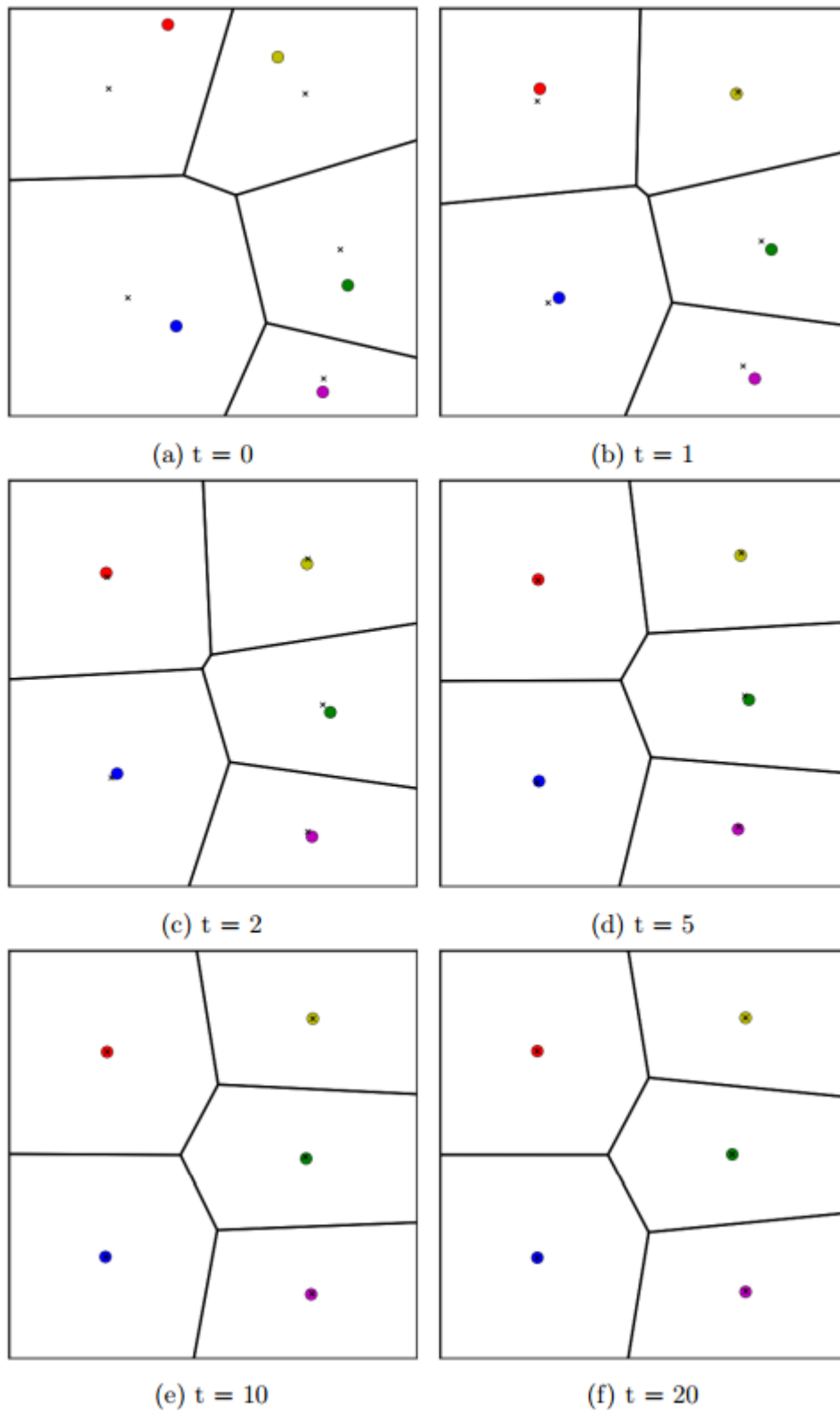


Рис. 4. Метод Ллойда для 5 генераторов.

Крестиками (x) обозначены центроиды для каждой ячейки, а цветными кружками – точки-генераторы.

Алгоритм, реализующий метод Ллойда для построения центроидальной диаграммы Вороного.

Алгоритм 1.

Получение на вход многоугольника P и набор k генерирующих точек на позициях z_i .

loop

- Построение диаграммы Вороного $\{V_i\}$ для набора точек $\{z_i\}$
- Вычисление центроидов c_i для каждой ячейки Вороного V_i
- Поставить каждой точке z_i в соответствие точку c_i
- Если итоговое положение удовлетворяет критерию окончания работы (расстояние между z_i и c_i), алгоритм окончен.

end loop

Покрытие пространства.

Задача покрытия пространства, при ее решении одноранговой сетью роботов, сводится к поиску такого взаимного расположения сенсоров (не обязательно стационарного), чтобы роботы имели возможность выполнять свои задачи во всей целевой области. Примерами таких задач является мытье и подметание полов [6], обнаружение и устранение взрывчатых веществ [7], выявление повреждений на реактивных лопатках турбин [8]. Методы покрытия могут отличаться и классифицироваться в зависимости от количества степеней свободы (размерности движения), размер сети роботов и других факторов. Классификация алгоритмов приведена в работе [9].

В основе работы с мультиагентными системами обычно лежат методы распределенных вычислений и коммуникаций, реже – централизованные. Распределенную модель сложнее претворить в жизнь по ряду причин, но она несет в себе ряд преимуществ, среди которых масштабируемость, устойчивость к внешним и внутренним воздействиям [10], а также отсутствие очевидных слабых точек в сети (атака на которые может повлечь нарушение работоспособности). В некоторых конкретных приложениях, таких как рои роботов и сети сенсоров, распределенная модель является единственно возможной из-за ограничений на радиус коммуникации, потребляемую мощность и вычислительный ресурс.

При рассмотрении двухмерного случая покрытия, распространенным подходом является клеточная декомпозиция плоскости на клетки-многоугольники, с последующей разработкой алгоритмов покрытия для каждой клетки [9]. С увеличением числа роботов важной задачей становится

распределение этих роботов по получившимся в результате декомпозиции клеткам.

Заключение.

Для решения многих задач, связанных со взаимодействием групп роботов, удобно решать задачу распределения зон влияния между отдельными роботами при помощи диаграмм Вороного.

Способ построения таких диаграмм разработан в настоящей работе, в ближайшее время планируется проведение натуральных экспериментов для подтверждения работоспособности этого способа и эффективности применения вышеуказанных диаграмм.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-29-04268) и гранта Президента РФ (НС-6831.2016.8).

Литература.

1. *M. de Berg, O. Cheong, M. van Kreveld, and M. Overmars.* Computational Geometry: Algorithms and applications. 3rd ed. Springer, 2008, isbn: 978-3-540-77974-2.
2. *A. Okabe, B. Boots, K. Sugihara, and S. N. Chiu.* Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams. John Wiley and Sons, LTD, 2000, isbn: 978-0471986355.
3. *S. Fortune.* A sweepline algorithm for voronoi diagrams. *Algorithmica*, no. 2, pp. 153–174, 1987.
4. *Q. Du, V. Faber, M. Gunzburger.* Centroidal voronoi tessellations: applications and algorithms. *SIAM Review*, vol. 41, no. 4, pp. 637–676, 1999. doi: S0036144599352836
5. *A. Breitenmoser, M. Schwager, J.-C. Metzger, R. Siegward, D. Rus.* Voronoi coverage of non-convex environments with a group of networked robots. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 4982–4989, 2010.
6. *H. Endres, W. Feiten, G. Lawitzky.* Field test of a navigation system: autonomous cleaning in supermarkets. *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation (ICRA)*, pp. 1779-1781, 1998.

7. *E. Acar, H. Choset, Y. Zhang, M. Schervish.* Path planning for robotic demining: robust sensor-based coverage of unstructured environments and probabilistic methods. *The International Journal of Robotics Research*, vol. 22, no. 7 - 8, pp. 441-466, Jul. 2003.
8. *N. Correll, A. Martinoli.* Multirobot inspection of industrial machinery. *Robotics & Automation Magazine*, vol. 16, no. 1, pp. 103-112, 2009.
9. *H. Choset.* Coverage for robotics - a survey of recent results. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, vol. 31, no. 31, pp. 113-126, 2001.