

Метод аэродинамического проектирования профилей и крыльев на транзвуковых скоростях

Мье Тхейн

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Численные методы аэродинамического проектирования можно разделить на три основные составляющие. Первая составляющая – это параметризация поверхности элементов летательного аппарата, которая позволяет варьировать их форму. Например, для крыла эта система представляет собой описание формы в плане, крутку и форму сечений на основе некоторых параметров. Чем больше параметров применяется для описания геометрических свойств, в данном случае крыла, тем шире класс искомых вариантов компоновки и тем эффективнее решение. В данной работе применяется аналитический подход к описанию аэродинамических поверхностей.

Вторая составляющая численных методов аэродинамического проектирования – это прямой расчет той характеристики, которая предназначена для поиска рациональной формы летательного аппарата. Для крейсерского режима полета такой характеристикой является сопротивление при заданной подъемной силе. Чем точнее используемый метод расчета сопротивления, тем вероятнее подтверждение экспериментом полученных результатов оптимизации. С другой стороны, метод расчета аэродинамических характеристик должен быть достаточно быстродействующим, иначе поиск рациональной формы компоновки может существенно затянуться, так как обычно требуется рассмотреть несколько сотен и даже тысяч вариантов, в зависимости от количества параметров, описывающих геометрическую форму летательного аппарата. При транзвуковых скоростях полета рационально использовать методы, основанные на решении полного уравнения для потенциала скорости.

Третьей составляющей аэродинамического проектирования являются методы поиска экстремума. Эти методы основаны на математических инструментах, разработанных без привязки к конкретной области механики, аэродинамики, прочности, динамики полета и т.д. Поэтому перед аэродинамиками проектировщиками летательной техники возникает непростая задача выбора подходящей математической процедуры поиска экстремума. С одной стороны, выбранный метод не должен пропустить глобальный экстремум при наличии нескольких локальных, с другой стороны – он должен быть достаточно оперативным, чтобы получить результат в обозримые временные сроки и не затянуть процесс поиска рациональных компоновок до такой степени, что к этому времени основная концепция проектирования изменится и надо начинать процесс проектирования сначала. Наиболее подходящим методом поиска экстремума негладких функций многих переменных с разрывными первыми производными является проекционный метод.

Аппроксимация контура профиля. При решении прямой задачи обтекания контуры профилей, как правило, задаются координатами точек в виде таблиц для верхнего и нижнего контура профиля. В расчетах эти таблицы используются для создания математической модели, в которой точность вычисления локальных геометрических характеристик, особенно второй производной, очень сильно зависит от точности задания координат, их количества и расположения. При рассмотрении задач аэродинамического проектировании целесообразно использовать методы так называемой быстрой геометрии, в которой форма контура профиля представляется следующей аналитической зависимостью.

$$y(x) = \sqrt{2\rho x} + \sum_{i=1}^n a_i x^i, \quad (1)$$

где ρ - радиус затупления носка профиля, n – целое число.

Значение целого числа n соответствует количеству геометрических параметров профиля, необходимых для описания его контура. Эти параметры в дальнейшем будем называть параметрами формы профиля. Всякий профиль имеет максимальную толщину, которая может располагаться в разных местах по длине хорды профиля. Эти условия дают два геометрических параметра c_m и x_m . В общем случае профиль может иметь конечную толщину задней кромки, а контур профиля в этой точке наклонен под произвольным углом к хорде, т.е. имеем еще два параметра θ_l и c_l . Константу n можно увеличить до 7, добавив условие заданной второй производной в точке максимума y''_m , второй производной на задней кромке y''_l и площади контура профиля S . Тогда, для

определения коэффициентов a_i в формуле (1) необходимо решить систему линейных уравнений 7-го порядка.

Метод поиска экстремума. Для определения геометрических параметров профиля обеспечивающих минимум сопротивления давления используется алгоритм поиска минимума функции n переменных $f(X)$ при заданных пределах изменения этих переменных:

$$X_{min} < X < X_{max}$$

и заданной начальной точки X , относительно которой определяются значения функции $f(X)$ в виде семейства из $2n$ точек, равномерно распределенных в заданном интервале $X_{min}-X_{max}$. Для поиска минимума по этому алгоритму необходимо знать только значения искомой функции, производные не вычисляются. В этом смысле алгоритм имеет преимущества в том, что позволяет определять минимум негладких функций, с другой стороны он менее эффективен, чем методы, которые вычисляют производные, так как для него требуется больше вычислений значений функции $f(X)$ при поиске экстремума. Поэтому данный алгоритм пригоден для функций, которые не требуют большого времени счета одной точки.

На каждом итерационном шаге сохраняется только одно семейство из $2n$ значений искомых переменных. Метод основан на простом сравнении значений функций. Определяется наихудшая точка X_j для которой выполняется условие: $f(X_j) \geq f(X_i)$ при $i = 1, \dots, 2n$, и наилучшая точка X_k для которой выполняется условие: $f(X_k) \leq f(X_i)$ при $i = 1, \dots, 2n$.

После чего определяются две новые точки X_e . Одна новая точка основана на проекции между средней и наихудшей точкой. $X_e = S + \mu \cdot (S - X_j)$. Здесь X_e – новая точка, $\mu > 0$ – коэффициент подавления и S – среднее значение семейства точек, без наихудшей точки, определяется так:

$$S = \frac{1}{2n-1} \sum_{i \neq j}^{2n} X_i$$

Вторая новая точка основана на проекции между средней точкой и наилучшей точкой $X_e = S - \sigma \cdot (S - X_k)$. Здесь σ – коэффициент усиления. Если новая точка по какому либо параметру выходит за заданный диапазон изменения она помещается на границу диапазона. Лучшая из новых точек заменяет наихудшую точку. Количество точек семейства всегда равно $2n$. Процесс замены точек семейства продолжается до тех пор, пока сумма квадратов отклонения значения функций в каждой точке от среднего значения функции по всем точкам не станет меньше или равно наперед заданного

значения ϵ :

$$\sum_{i=1}^{2n} \left(f_i - \frac{\sum_{j=1}^{2n} f_j}{2n} \right)^2 \leq \epsilon$$

Метод расчета прямой задачи. Для решения прямой задачи обтекания профиля применяется метод, основанный на решении уравнения для полного потенциала скорости. Это наиболее быстродействующий метод, который позволяет рассчитать поле скоростей и давлений и, соответственно, волновое сопротивление, при наличии сверхзвуковых зон заканчивающихся скачками уплотнения. Несмотря на то, что течение считается потенциальным, т.е. изоэнтропическим, допускается наличие сверхзвукового потока с числом Маха перед скачком до 1.2. В этом методе внешность профиля отображается конформно на внутренность круга, при этом бесконечно удаленная от профиля точка оказывается в центре круга. Далее строятся три конечноразностных сетки с постепенным сгущением от разреженной до окончательной мелкой. Решение, полученное на предыдущей сетке, интерполируется на последующую более густую сетку и используется как первое приближение. Такой прием позволяет существенно сократить время счета, что особенно необходимо при многократном обращении к процедуре прямого расчета при пике экстремума.

Пример проектирования профиля.

В качестве примера работы методики рассмотрим задачу проектирования симметричного профиля толщиной 12% имеющего минимальное волновое сопротивление при числе Маха 0,8. В качестве исходного профиля был взят профиль NASA-0012. Оба профиля имеют одну и ту же максимальную толщину, однако у оптимизированного профиля положение максимальной толщины сдвинуто к задней кромке. Это позволило снизить волновое сопротивление на 97%.