

## Многочастичное рождение в теории скалярного поля.

Б. Р. Фархтдинов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт ядерных исследований РАН

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

## 1 Введение

Многочастичные процессы в квантовой теории бозонного поля представляют значительный интерес и изучаются уже достаточно давно. Основной вопрос связан с поведением вероятностей таких процессов при высоких энергиях. Известно, что древесные амплитуды процессов  $2 \rightarrow N$  растут при достаточно больших  $N$ , нарушая пертурбативность теории возмущений [1] [2]. Детальное изучение этих процессов показало, что старшие порядки теории возмущений существенно модифицируют древесный ответ: сечение процессов  $2 \rightarrow N$ , по-видимому, является экспоненциально подавленным при больших  $N$ . В работах [3] [4] [5] [6] был предложен и апробирован квазиклассический метод классических сингулярных решений для нахождения вероятностей процессов  $2 \rightarrow N$ , при квазиклассически больших  $N$ , в скалярной теории поля.

В данной работе же рассматриваются процессы многочастичного рождения, а именно ситуация, при которой, как начальное, так и конечное числа частиц могут быть квазиклассически большими. Поведение сечений таких процессов до сих пор не известно при том, что учёт их вкладов в процессы, протекающие при высоких энергиях, представляют интерес для физики элементарных частиц. В качестве модели рассматривается теория действительного скалярного поля  $\varphi^4$ .

Поскольку ожидается, что вероятности процессов  $N_1 \rightarrow N_2$  в определённых областях  $N_1$  и  $N_2$  являются экспоненциально подавленными, представляет интерес нахождение классически разрешённой области. На данном этапе работы основные результаты достигнуты именно в этом направлении.

## 2 Описание работы

В работе проводилось исследование классически разрешённой области для столкновений сферически-симметричных волновых пакетов в теории действительного скалярного поля в  $3 + 1$  измерениях путём численного моделирования вышеупомянутых столкновений с использованием разностных аппроксимаций уравнений поля.

### 2.1 Разностная схема

Действие для сферически-симметричного случая в теории действительного скалярного поля с членом взаимодействия, пропорциональным  $\varphi^4$ , в  $3 + 1$  измерениях можно привести к следующему виду

$$S = \frac{4\pi}{\lambda} \int dt dr \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \chi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \chi}{\partial r} \right)^2 - \frac{\chi^2}{2} - \frac{\chi^4}{4r^2} \right] \quad (1)$$

Где исходное скалярное поле  $\varphi$  выражается через поле  $\chi$ , которое связано с исходным, как  $\varphi = \frac{\chi}{\sqrt{\lambda r}}$ , время и радиус, фигурирующие в действии, безразмерные и связаны с физическими, как  $t = t_{phys} m$ ,  $r = r_{phys} m$ .

Вид получаемых из него уравнений поля ( $r \in (0, R)$ , где  $R$  – граница рассматриваемой области пространства).

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} + \chi + \frac{\chi^3}{r^2} = 0 \quad (2)$$

Граничные условия

$$\chi |_{r=0} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial r} |_{r=R} = 0 \quad (4)$$

Для численного решения этих уравнений использовался явный метод второго порядка точности по времени и радиусу (схема "крест"). Граничные условия были взяты второго порядка точности относительно  $\frac{1}{2}$  и  $N_r - \frac{1}{2}$  точки (на решётке  $r(N_r) = R, r(0) = 0$ ).

## 2.2 Сканирование по начальным конфигурациям

Размеры классически разрешённой области определялись при помощи сканирования по начальным полевым конфигурациям при фиксированном числе частиц в начальный момент времени.

Для этого случайным образом задавались коэффициенты Фурье-разложения поля, находящегося в линейном режиме (в области, где взаимодействие пренебрежимо мало), которые в дальнейшем соответствующим образом нормировались для фиксации начального числа частиц.

В силу того, что подобный алгоритм не давал достаточного числа решений, в которых число частиц изменялось сколько-нибудь ощутимым образом, был задействован метод стохастической выборки. Суть его в общих чертах заключается в следующем: энергия и конечное число частиц по сути являются функциями от коэффициентов Фурье-разложения в начальный момент времени. Зависимость предполагается существенно нелинейной, поэтому имеющей некоторое число локальных экстремумов. По этой причине, при варьировании коэффициентов Фурье, решение, полученное после вариации начальной конфигурации, принимается с вероятностью, характеризующую некоторой функцией распределения, чтобы решения при использовании алгоритма не «застревали» в локальных экстремумах. В качестве функции распределения была взята

$$W = \exp(-\beta E + \mu N) \quad (5)$$

Где  $\beta$  и  $\mu$  – произвольно задаваемые параметры, а  $E$  и  $N$  – энергия и число частиц соответственно. Вариация коэффициентов Фурье разыгрывается, как нормально распределённая случайная величина с нулевым средним, дисперсия её бралась равной 0.0009. Подробнее прочитать об этом методе можно в работе [7].

Продлав эту процедуру достаточное количество раз, мы получаем конфигурации поля достаточно близкие к границе классически разрешённой области. После организации процедуры запоминания полученных таким образом конфигураций и подбора надлежащих коэффициентов  $(\beta, \mu)$ , появилась возможность «двигаться вдоль границы» определяемой области. На Рис. 1 изображены результаты подобной организации

работы метода.

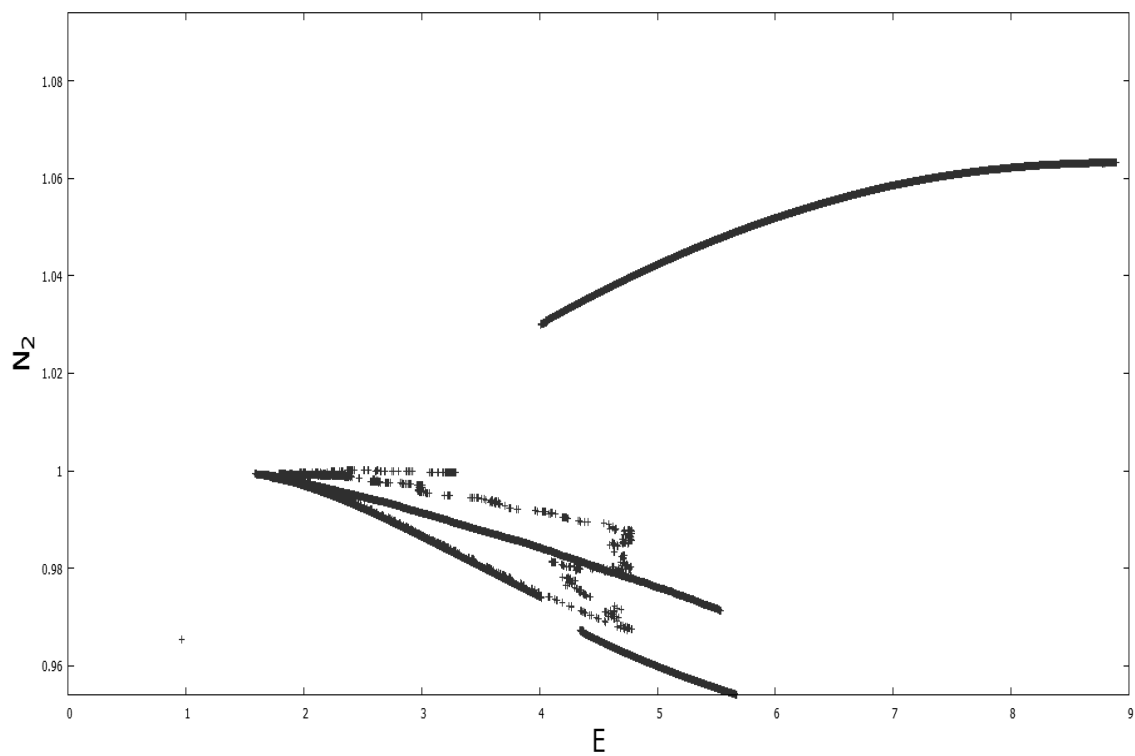


Рис. 1: Иллюстрация работы метода определения границы классически разрешённой области для «движения вдоль границы» в пространстве  $(E, N_2)$  (энергия, конечное число частиц) для начального числа частиц  $N_1 = 1$ .

## 2.3 Результаты

В этом разделе приведены полученные в результате работы профили классически разрешённых областей для начального числа частиц ( $N_1$ ) равного 1 (Рис. 2) и 5 (Рис. 3).

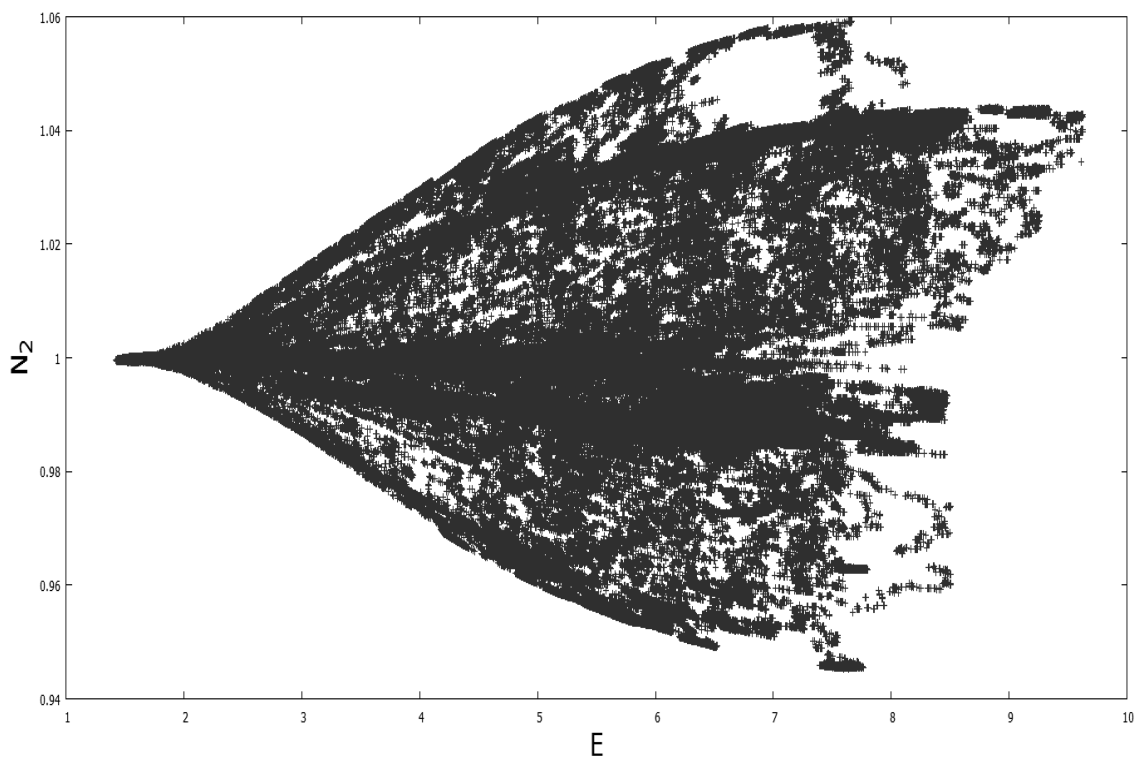


Рис. 2: Профиль области в пространстве  $(E, N_2)$ , заполняемой классическими решениями для начального числа частиц  $N_1 = 1$ .

Для получения большей статистики (ради большей наглядности), данные для Рис. 3 были получены при меньшей точности разностных аппроксимаций уравнения поля.

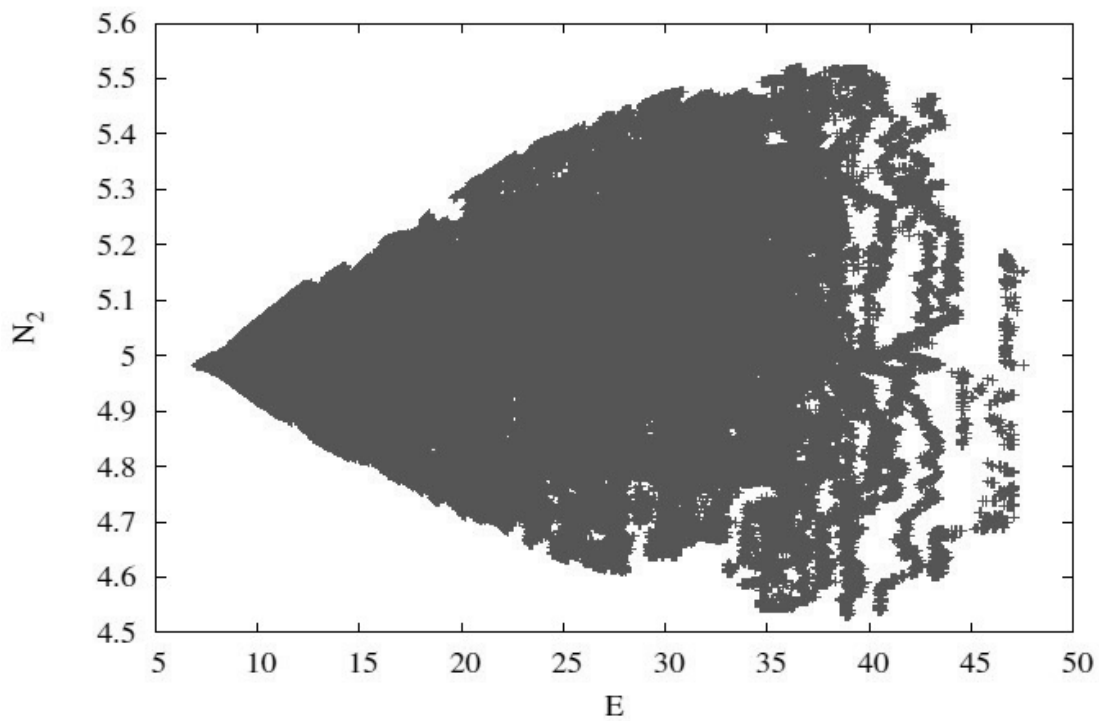


Рис. 3: Профиль области в пространстве  $(E, N_2)$ , заполняемой классическими решениями для начального числа частиц  $N_1 = 5$ .

Также стоит отметить, что точно определить, насколько полученные профили близки к истинной классически разрешённой области, можно будет только после изучения границы уже со стороны классически запрещённых решений.

### 3 Заключение

Результаты, полученные на этом этапе предполагается использовать при дальнейшем изучении многочастичных процессов уже при переходе в классически запрещённую область. Для этого необходимо найти комплексные решения классических уравнений с определёнными граничными условиями, связанными с  $N_1$ ,  $N_2$  и полной энергией сталкивающихся волновых пакетов. Граничные условия для краевой задачи также были выведены в работе, но ввиду необходимости включения достаточно большого количества выкладок для их вывода и объяснения, описание этой части работы было решено опустить.

### Список литературы

- [1] J. M. Cornwall, Phys. Lett. B **243** (1990) 271.
- [2] H. Goldberg, Phys. Lett. B **246** (1990) 445.
- [3] S. Y. Khlebnikov, Phys. Lett. B **282** (1992) 459.
- [4] M. V. Libanov, V. A. Rubakov, D. T. Son and S. V. Troitsky, Phys. Rev. D **50** (1994) 7553 [hep-ph/9407381].
- [5] D. T. Son, Nucl. Phys. B **477** (1996) 378 [hep-ph/9505338].
- [6] F. L. Bezrukov, M. V. Libanov and S. V. Troitsky, Mod. Phys. Lett. A **10** (1995) 2135 [hep-ph/9508220].
- [7] C. Rebbi and R. L. Singleton, Jr, Phys. Rev. D **54** (1996) 1020 [hep-ph/9601260].