УДК 629.785

Методы решения задачи Штарка для оптимизации межпланетных перелетов с малой тягой

А.А. Целоусова[1], М.Г. Широбоков[2]
[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Благодаря высокому удельному импульсу, двигатели малой тяги значительно сокращают расход топлива и увеличивают полезную массу космических аппаратов (КА) по сравнению с химическими двигателями большой тяги. Для КА, оснащенных маршевым двигателем малой тяги, зачастую возникает задача построения и оптимизации траектории перелета между двумя заданными орбитами. Для малой силы тяги это означает поиск оптимального управления. Для построения оптимального управления можно пользоваться т.н. прямыми методами и непрямыми методами. В прямых методах управление дискретизируется, т.е. представляется в виде кусочно-постоянной или кусочно-линейной функции, в виде сплайна и т.д. Таким образом, прямые методы сводят исходную задачу поиска оптимального управления к задаче оптимизации функции с конечным числом переменных. Хорошо известно, что для сходимости возникающих при этом итерационных процедур легко удается подобрать начальное приближение. Получаемое в результате сходимости управление не является оптимальным, но близко к нему. Непрямые методы основаны на использовании принципа максимума Понтрягина и сводятся к решению двухточечной краевой задачи расширенной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. В типичных задачах оптимизации по быстродействию или по затратам топлива удается получить явное выражение для оптимального управления как функции сопряженных переменных. Однако поведение итерационной процедуры расчета сопряженных переменных очень чувствительно к их начальному приближению. В связи с этим на практике управление строят в два этапа: сначала прямым методом получают начальное приближение к оптимальному управлению, а затем оно уточняется непрямыми методами. Поэтому крайне важно научиться решать оптимизационную задачу прямыми методами быстро и точно. Достичь этого можно с помощью сведения исходной задачи оптимизации к последовательности задач Штарка: определения орбиты КА в центральном поле с учетом постоянного по направлению и величине возмущающего ускорения.

Доклад посвящен истории развития методов решения задачи Штарка. В конце XVIII века, ее интегрируемость исследовал Ж. Лагранж, сведя ее к квадратурам [1]. В середине XIX века К. Якоби и Ж. Лиувилль показали, что при переходе к параболическим координатам уравнения задачи разделяются, что значительно упрощает ее решение [2]. Спустя десятилетия интерес к задаче снова возрос после открытия Штарк-эффекта, характеризующего поведение атома водорода в постоянном однородном электрическом поле. Задача Штарка нашла широкое применение и в астродинамике. Ю.Н. Исаев использовал задачу для моделирования движения КА под действием солнечного давления [3]. В то же время В.В. Белецкий охарактеризовал различные типы орбит КА, возникающие при решении двумерной задачи Штарка [4]. С.М. Полещиков высказал идею использования KS-переменных для регуляризации уже имеющихся уравнений движения [5]. Позднее Б. Кордани рассматривал задачу Штарка, как интегрируемый в параболических координатах случай задачи Кеплера с постоянным возмущением [6]. В настоящее время можно выделить три основных работы, в которых изложены наиболее эффективные методы решения задачи Штарка, использование которых позволяет сократить не только вычисления, но и теоретические выкладки: Г. Лантуана [7], Ф. Бискани [8], Е. Пелегрини [9] . В данной работе будет произведено сравнение этих методов по эффективности, скорости работы и простоте реализации.

Исследование поддержано грантом РНФ № 14-11-00621.

Литература

1. *Lagrange J.L.* Mecanique analytique . - Courcier, 1815. 784 p.
2. *Liouville J.* Memoire sur l'integration des equations di erentielles du mouvement d'un nombre quelconque de points materiels //Journal de Mathematiques Pures et Appliquees. 1849. V. 14. P. 257 - 299.

3. *Isayev Y.N., Kunitsyn A.L.* To the problem of satellite's perturbed motion under the inuence of solar radiation pressure // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 1972. V. 6, N. 1. P. 44 - 51.
4. *Beletski V.* Essais sur le mouvement des corps cosmiques. - M, 1978.
5. *Poleshchikov S.M.* One Integrable Case of the Perturbed Two-Body Problem // Cosmic Research. 2004. V. 42, N. 4. P. 398 - 407.
6. *Cordani B.* The Kepler problem: group theoretical aspects, regularization and quantization, with application to the study of perturbations - Birkhuser, 2003.
7. *Lantoine G., Russell R.P.* Complete, Closed-Form Solutions of the Stark Problem //Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2011. V. 109, N. 4. P. 333 - 366.
8. *Biscani F., Izzo D.* The Stark problem in the Weierstrassian formalism.// Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.2014. V. 439. P.810 – 822.
9. *Pellegrini E., Russell R.P., Vittaldev V.* F and g Tylor series solutions to the Stark and Kepler problems with Sundman transformations.// Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2014. V.118. P. 355 - 378.