УДК 539.3

Анализ напряженно-деформированного состояния прямоугольной двухслойной пластины под действием тепловой нагрузки

А.В. Шевченко
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

В системе координат xOy Рассматривается прямоугольная двухслойная пластина из двух изотропных материалов с различными характеристиками: модулем упругости (E_1, E_2) и коэффициентом теплового расширения (α_1, α_2). Один из краев пластины при $x = 0$ жестко заделан, остальные края свободны. Пластина подвергается тепловому воздействию с линейным изменением температуры по толщине h, $\theta = t_{h/2} - t_{-h/2} = 100^{\circ}$. Прогибы $w(x, y)$ однородной пластины можно определить из следующих соотношений [1,2]

$$\begin{aligned}
&D\Delta^2 w + \frac{Eh}{1-\nu}\varepsilon_\theta \Delta w + (1+\nu) D\Delta\kappa_\theta = 0,\\
&w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \qquad x = 0,\\
&\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (1+\nu)\kappa_\theta = 0, \qquad x = l,\\
&\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + (1+\nu)\frac{\partial \kappa_\theta}{\partial x} = 0, \qquad x = l,\\
&\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (1+\nu)\kappa_\theta = 0, \quad y = \pm b,\\
&(2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (1+\nu)\frac{\partial \kappa_\theta}{\partial y} = 0, \quad y = \pm b,
\end{aligned} \tag{1}$$

где $D = Eh^3 / \left(12\left(1-\nu^2\right)\right)$ - цилиндрическая жесткость, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона, Δ и Δ^2 - гармонический и бигармонический операторы, а внутриплоскостная и изгибная термические деформации определяются как [2]

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{h}\int_{-h/2}^{h/2} \alpha_\theta \theta dz, \quad \kappa_\theta = \frac{12}{h^3}\int_{-h/2}^{h/2} \alpha_\theta \theta z dz. \tag{2}$$

Для численного исследования была создана трехмерная конечно-элементная модель (КЭМ) с использованием трехмерных конечных элементов HEX20, расчет проводился как с элементами с квадратичной аппроксимацией, так и с линейной (HEX8).

Для сравнительного анализа было проведено три конечно-элементных расчета. Два с разным расположением материалов в двухслойной пластине и один расчет с однородной пластиной с осредненными по толщине свойствами. На рис. 1 представлена деформированная двухслойная пластина (верхний слой (1) – сталь, нижний (2) - титан) с параметрами $E_1 = 21000$ Па, $\alpha_1 = 0.113 \cdot 10^{-4}$ С$^{-1}$, $E_2 = 12000$ Па, $\alpha_2 = 0.89 \cdot 10^{-5}$ С$^{-1}$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $t_{h/2} = 100^{\circ}$ С, $t_{-h/2} = 0^{\circ}$ С.

На рис. 2 представлены кривые прогибов пластины вдоль оси Ox для трех случаев, 1 - расположение слоев «сталь-титан», 2 - расположение слоев «титан-сталь», 3 - однородная пластинка с осредненными свойствами. Из рисунка видно, что осреднение параметров в случае расположения «сталь-титан» приводит к заниженному значению для прогибов, а в случае «титан-сталь» дает завышенное значение. Разница в значениях для точки с максимальным прогибом составила ~ 18%. Это позволяет сделать вывод о возможности применять соотношения (1) с осредненными параметрами только для предварительного оценочного анализа состояния нагретой двухслойной пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №14-08-00016а.

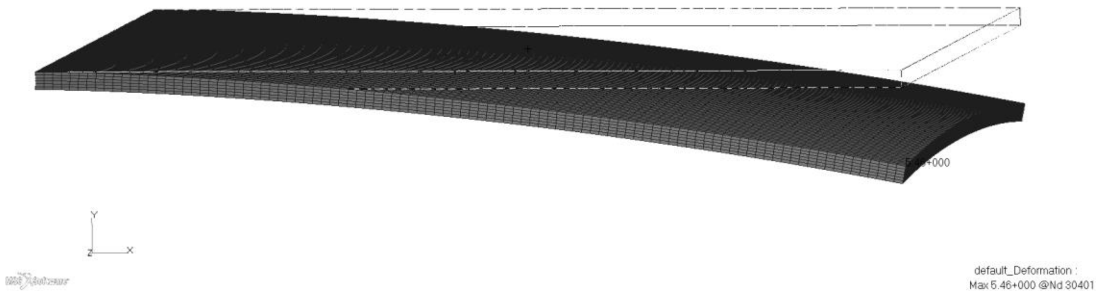

Рис. 1. Деформированная двухслойная пластина с расположением слоев «сталь-титан».

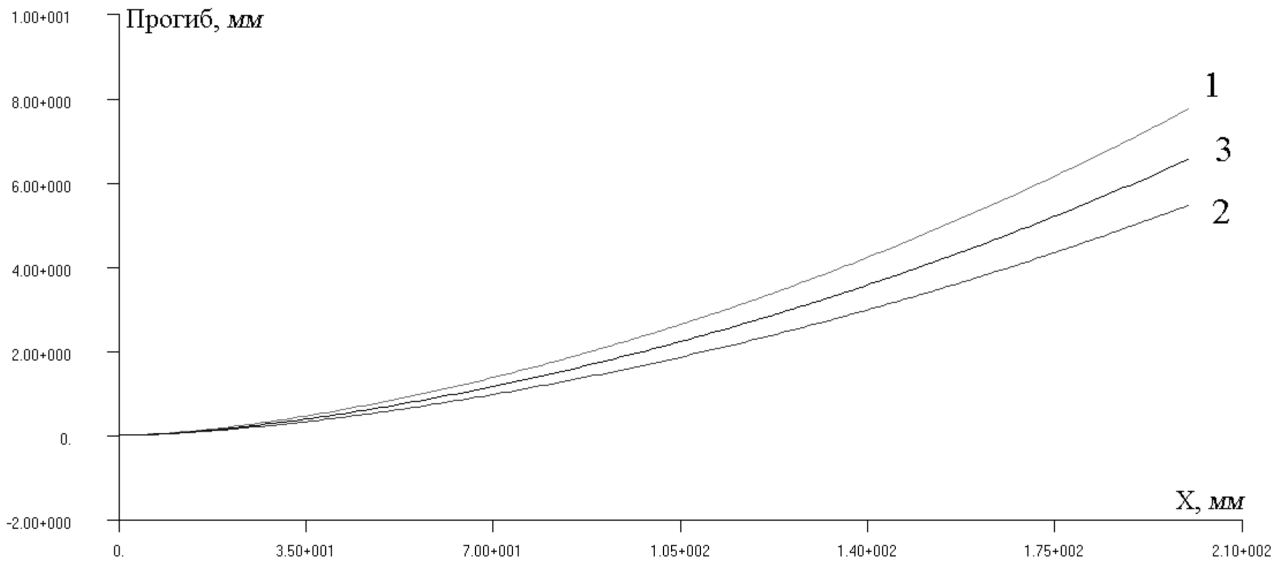

Рис. 2. Прогибы пластины вдоль оси Ox .

Литература

1. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
2. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. – Киев: Вища школа, 1975. – 215 с.