

О применении упрощенного неявного метода Эйлера для расчетов задач электрофизиологии.

А.А. Карпаев¹, Р.Р. Алиев^{1,2}.

¹Московский физико-технический институт (государственный университет).

²Институт экспериментальной и теоретической биофизики РАН.

Системы уравнений электрофизиологии, основанные на формализме Ходжкина-Хаксли [1], отличаются большой степенью жесткости. Использование неявных методов значительно увеличивает время вычислений, вследствие затрат на решение систем нелинейных уравнений на неявном слое с довольно громоздкими правыми частями, поэтому зачастую использование явных методов является более предпочтительным. Широко используемые в настоящее время видеоускорители (GPU) вследствие своей архитектуры накладывают дополнительные ограничения на выбор численных алгоритмов: явные методы с адаптивным шагом содержат в своей программной реализации множество условных операторов, которые приводят к явлениям thread divergence [2] и значительному падению производительности GPU. Соответственно, требуется метод, не содержащий этих условий, и позволяющий проводить устойчивые расчеты с приемлемым значением шага по времени.

Упрощенный неявный метод Эйлера представляет собой одноименный неявный, в котором для решения нелинейной системы используется 1 итерация метода Ньютона. Метод является абсолютно устойчивым и при этом де-факто явным. По сравнению с явным методом, дополнительных затрат требует вычисление производной функции правой части:

$$\frac{du}{dt} = f(u)$$

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t \cdot f(u^n) \cdot \frac{1}{1 - \Delta t \cdot f'(u^n)}$$

Показано, что при расчете данным методом измененной модели Ходжкина-Хаксли, в которой значение проводимости ионов натрия увеличено в 10 раз по сравнению с оригинальным значением, при времени расчета $T = 5$ мс, упрощенный неявный метод позволяет получить ускорение в 1,5 раза по сравнению с явным при времени расчета $T = 5$ мс и ошибке RRMS в 5%.

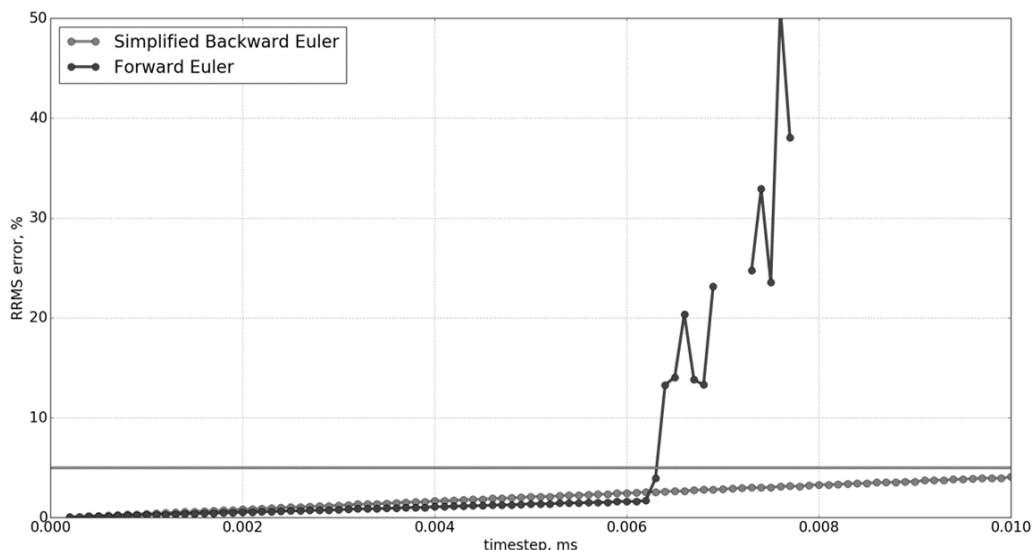


Рисунок 1. График ошибки численного решения, полученного явным и упрощенным неявными методами Эйлера. Неустойчивость решения явным методом наступает раньше достижения значения в 5%, в то время как второе решение устойчиво.

Литература.

1. *Hodgkin, A.L. and A.F. Huxley. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. J Physiol, 1952. 117(4): p. 500-44.*

2. *F.Lionetti*.GPU-accelerated cardiac electrophysiology. <http://escholarship.org/uc/item/69g832q7#page-1>, 2010.