УДК 530.145.1

Влияние безмассовых фермионов на область стабильности нетопологических солитонов

***А.В. Ковтун*[1,2], *Э.Я. Нугаев*[2]**

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт Ядерных Исследований РАН

В данной работе было изучено влияние квантовых поправок от фермионов к классическому протяженному решению, возникающему в модели одного комплексного скалярного поля.

В [1] было показано, что в классической теории поля в моделях одного комплексного скалярного поля при определенных условиях может быть найдено протяженное стационарное решение уравнений поля с фиксированным зарядом. Общий вид таких моделей даётся Лагранжианом

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 + V(|\phi|). \tag{1}$$

Здесь ϕ - комплексное скалярное поле, $V(|\phi|)$ - его потенциал. Видно, что поле обладает глобальной $U(1)$ симметрией, относительно преобразований $\phi \to e^{i\alpha}\phi$. Этой симметрии соответствует сохраняющийся заряд

$$Q = \int d^3x i\left(\phi\dot{\phi}^* - h.c.\right). \tag{2}$$

Если рассмотреть теперь решение уравнений поля при фиксированном заряде Q, то выясниться, что существует протяженное решение, энергия которого меньше энергии некоторого числа частиц с таким же суммарным зарядом. Такое решение имеет вид

$$\phi(x) = e^{i\omega t} f(r). \tag{3}$$

Оно существует при условии

$$\omega_0^2 = \min\left(\frac{V(|\phi|)}{|\phi|^2}\right)\Bigg|_{\phi\neq 0} < \omega^2 < \frac{d^2V}{d\phi d\phi^*}\Bigg|_{|\phi|=0} = m^2. \tag{4}$$

Если взять, например, потенциал вида

$$V_{f.d.}(|\phi|) = m^2|\phi|^2\theta\left(1-\frac{|\phi|^2}{v^2}\right) + m^2v^2\theta\left(\frac{|\phi|^2}{v^2}-1\right),$$

то можно получить аналитическое решение уравнений поля. График такого решения представлен на рис. 1. Можно показать, что в таком потенциале энергия является однозначной функцией заряда и растет как $E \sim Q^{1/4}$, отсюда видно, что при некотором Q выполниться неравенство $E < mQ$. А дальше заряд будет неограниченно расти. Также заряди энергия могут быть неограниченно большими в любой модели, в которой потенциал не очень быстро растёт или выходит на плоское направление.

Такие потенциалы естественным образом возникают у скалярных полей в суперсимметричных теориях. Мы же задались вопросом о том, что произойдёт, коль скоро скалярное поле с медленно растущим или плоским потенциалом будет взаимодействовать с фермионным полем, потому что взаимодействие его со скалярным полем заставляет эффективный потенциал скалярного поля загибаться вниз при $\phi \to \infty$. Чтобы выяснить это была рассмотрена модель скалярного поля с Лагранжианом

$$\mathcal{L} = |\partial_\mu \phi|^2 + i\chi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - \frac{ig}{2}\left(\phi \chi^\dagger \sigma^2 \chi^* - h.c.\right) + V_{f.d.}(|\phi|). \tag{5}$$

Здесь χ - двухкомпонентный спинор, g - константа связи, а $V_{f.d.}(|\phi|)$ - потенциал скалярного поля с плоским направлением, который мы исключили из рассмотрения в квантовой теории.

В этой работе были подсчитаны квантовые поправки к потенциалу скалярного поля от взаимодействия с фермионами. Мы ограничились лишь вычислением однопетлевой поправки, которая возникает от всех однопетлевых квантовых эффектов. Они даются диаграммами, представленными на рис.2. Суммирование всех таких квантовых эффектов даёт так называемый однопетлевой вклад в эффективный потенциал.

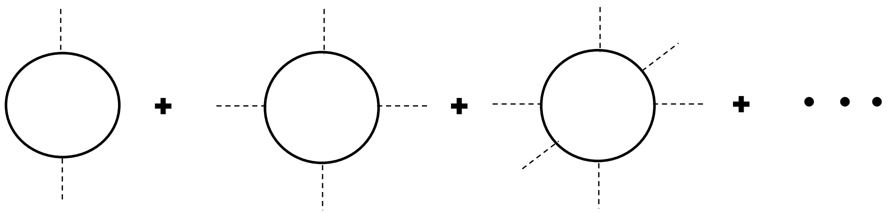

Рис.1. Однопетлевые диаграммы, дающие вклад в эффективный потенциал.

Суммировав этот бесконечный ряд, было получено, что однопетлевая поправка имеет вид

$$V_{ola}(|\phi|) = -\frac{g^4 |\phi|^4}{32\pi^2}\left(\ln\left(\frac{|\phi|^2}{\mu^2}\right) - 3\right) - \frac{g^2 |\phi|^2 \mu^2}{4\pi^2} \tag{6}$$

И тогда полный эффективный потенциал примет вид

$$V_{eff}(|\phi|) = V_{f.d.}(|\phi|) + V_{ola}(|\phi|). \tag{7}$$

В таком потенциале мы нашли решения для всех значений заряда и построили зависимость энергии от заряда $E(Q)$. Из рассмотрения полученной зависимости ясно, что существует решение с максимальным зарядом (см. рис. 2), оно находится на острие клина на графике зависимости энергии от заряда. Такой клин обычно называют каспом, и это есть точка, в которой пересекаются

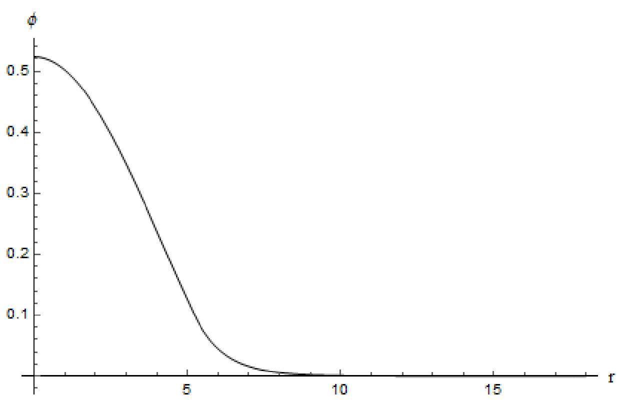

Рис. 2. Профиль Q-шара при m=1, v=0.1, ω =0.5 .

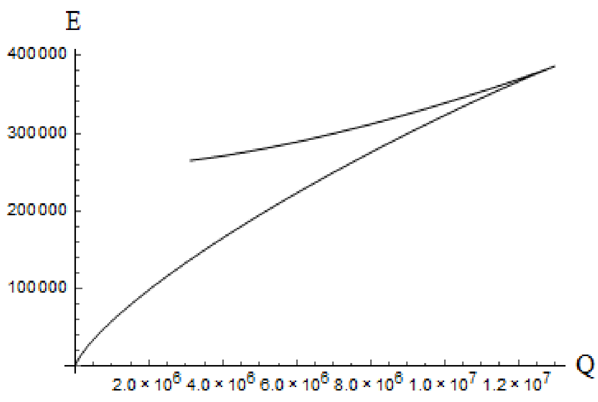

Рис. 3. Зависимость энергии от заряда при m=1, g=0.1, v=0.1, μ=1.

две ветки – стабильная (нижняя кривая), и нестабильная (верхняя кривая). Причём на протяжении обоих ветвей выполняется интегральное соотношение

$$\frac{dE}{dQ} = \omega .$$

Как известно, для того, чтобы решение было стабильным необходимо, чтобы для него было выполнено

$$\frac{dQ}{d\omega} \leq 0 .$$

Это действительно выполняется для стабильной ветви решения и нарушается для нестабильной. Что и обуславливает наличие точки с максимальным зарядом.

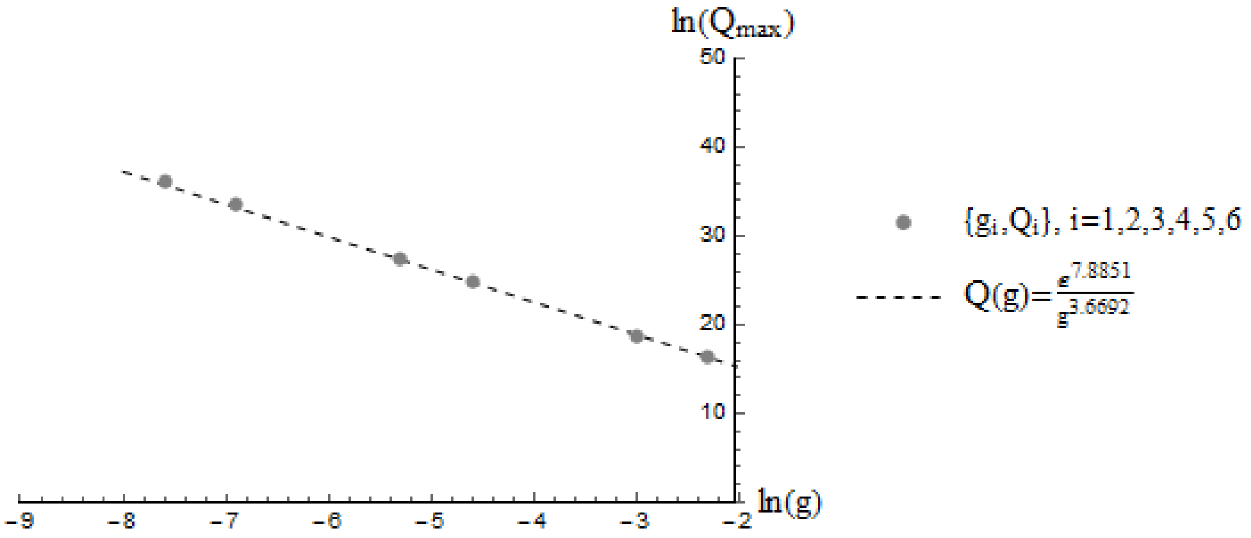

Рис. 4. Зависимость логарифма максимального заряда от логарифма константы связи при m=1, v=0.1, μ=1.

Также численно были найдены зависимости максимального заряда и ω_{min} от константы связи с фермионами. Эти зависимости приведены на рис.3 и рис.4. Довольно естественно, что заряд солитона сильно растёт с уменьшением константы связи, т.к. уменьшение интенсивности взаимодействия ведет к тому, что область, в которой потенциал скалярного поля остается плоским увеличивается, что позволяет появляться Q-шарам с большими зарядами.

Таким образом, при рассмотрении хоть сколько-нибудь реалистичной теории поля, необходимо учесть взаимодействие с фермионами ведь как выяснилось даже в потенциалах, удовлетворяющих условиям на существование Q-шара их можно найти не при всех значениях заряда. Исходя из этих соображений, изучая приложения этих объектов к объяснению физических явлений, нужно принять в расчет этот эффект. Но следует также учесть возможность добавления других полей, которые обеспечат более слабое убывание или наоборот развернут потенциал скалярного поля вверх и помогут избежать этого ограничения сверху.

Литература

1. *S. R. Coleman*. Q-Balls // Nucl. Phys. B262. 1985. P. 263-283
2. *I.E. Gulamov, E. Ya. Nugaev, M.N. Smolyakov.* Analytic Q-ball solution and their stability in piecewise parabolic potential // Phys. Rev. 2013.
3. *E.J. Weinberg*. Radiative corrections as the origin of spontaneously symmetry breaking. Harvard University Cambridge. PhD Thesis. 1973.