

Вероятностный анализ распространения выбросов на АЭС

М.Н. Дуров¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

Цель работы

Цель работы заключается в развитии методического подхода для проведения анализа распространения радиоактивных веществ в непрерывном случае, и его применение к реально действующим объектам (например, к Белоярской АЭС).

Научная новизна

Имеется ряд работ по оценке показателей риска при авариях на АЭС [1, 4, 5]. Были выведены формулы для расчета доз внешнего и внутреннего облучения населения для обоснования безопасности АЭС и практически применены к реально действующим объектам [1,6]. Однако, все эти формулы рассчитывали показатели риска в кольцевом сегменте румба, т.е. в дискретном приближении. Для более детального анализа необходимо понимать риск в более мелком приближении, т.е. на произвольном участке близ станции: как точке, так и в некоторой ее окрестности.

Поэтому автором была проделана работа об анализе распространения выбросов в непрерывном случае на основе имеющихся дискретных данных.

Это позволяет получить оценку риска не только в румбе, но и на произвольном участке. Это может служить существенным моментом в развитии методического подхода оценки риска на АЭС.

Данный подход был апробирован на примере Белоярской АЭС.

Личный вклад автора

Автором был обоснован принципиальный вид зависимости количества выбросов от эпицентра аварии.

Были выведены формулы

- Нахождения непрерывной зависимости загрязнения от эпицентра аварии по дискретным данным суммарного загрязнения на произвольном наборе колец
- Суммарного загрязнения в площади между произвольными кольцами, и вообще, на произвольном участке

На основе выведенных формул была найдена зависимость облучения от удаленности эпицентра аварии на примере Белоярской АЭС.

Теоретическая и практическая значимость работы

Понимание того, как распространяются выбросы в непрерывном случае важно с точки зрения оценки риска при авариях на АЭС. Результаты, а именно, принципиальный вид формулы, формулы для построения уравнения распространения выбросов и полученные численные значения, открывают широкие возможности для моделирования распространения выбросов в результате аварий на АЭС, оценке риска в точке и на произвольном участке. Это в свою очередь позволяет получить более полную картину последствий аварий, их влияния, проведение необходимых работ для минимизации ущерба. Это может быть использовано для:

- Определения возможности и оценки риска возникновения аварий на АЭС;
- Оценки возможных последствий чрезвычайных ситуаций;
- Оценки готовности АЭС к предупреждению аварий и достаточности мер по защите персонала и территорий от чрезвычайных ситуаций
- Разработки мероприятий по снижению риска и смягчению последствий аварий;
- Расчёта сил и средств для ликвидации возможных аварий.

Полученные формулы позволяют получить количественные данные описания и моделирования последствий аварий на АЭС. Это позволяет в дальнейшем проводить более точные расчеты оценок риска, используемых в целях совершенствования применяемых на АЭС систем, выполняющих функции безопасности и функции снижения риска до приемлемого уровня.

Адаптация и обоснование предложенного подхода к оценке распространения выбросов

В данной работе стоит задача вывода формулы распространения выбросов для непрерывного случая. Логично предположить, что распространение выбросов можно описать одномерным уравнением диффузии. Для проверки данного предположения проведу грубую оценку по имеющимся данным. Согласно паспорту безопасности «Белоярской АЭС» имеются усредненные данные по суммарным эффективным дозам внешнего и внутреннего облучения по множеству румбов близ источника аварии (таблица 1).

Таблица 1. Значение суммарных эффективных доз по кольцам БелАЭС

Расстояние от АЭС, км	Суммарная эффективная доза внешнего и внутреннего облучения, мЗв
3-5	10,3
5-10	4,95
10-20	1,74
20-30	0,63
30-40	0,33
40-50	0,20
50-100	0,10

Визуализирую эти данные, для большей наглядности (рис. 1).

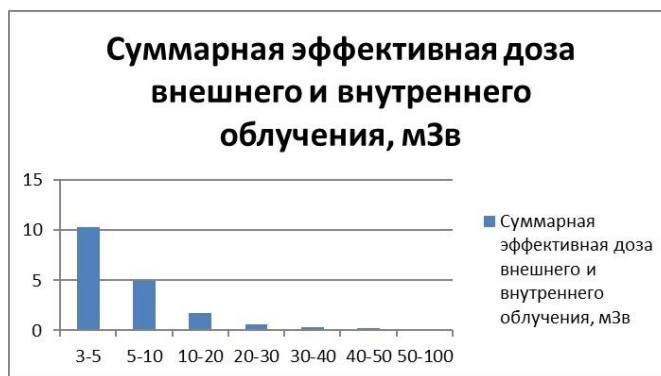


Рис. 1. Значения суммарных эффективных доз по кольцам по БелАЭС

Видно, что суммарная эффективная доза облучения падает с удалением от очага аварии, что кажется вполне логичным. Более интересен вид данной зависимости. Довольно наглядно прослеживается экспоненциальная зависимость. Как же правильно оценить эту зависимость и получить формулу для непрерывного случая. Проблема заключается в том, что доступны только усредненные или суммарные данные об облучении по румбам, что делает невозможным построения зависимости «в лоб». Для того чтобы убедиться более наглядно, что зависимость, действительно, экспоненциальная, построю регрессию, основанную на принципе МНК. В качестве зависимой переменной буду использовать эффективную дозу облучения, а в качестве объясняющей – расстояние от места аварии до середины румба. Понятно, что такое приближение не совсем корректно для построения точной зависимости, в предположении, экспоненциального распределения выбросов в результате аварии на АЭС: т.к. среднее значение экспоненты на отрезке достигается не в середине. Но такого приближения вполне достаточно, чтобы убедиться в правильности выбора модели. Дальнейшая работа как раз будет посвящена разработке более точного метода оценки. Результаты регрессии можно видеть ниже (рис.2).

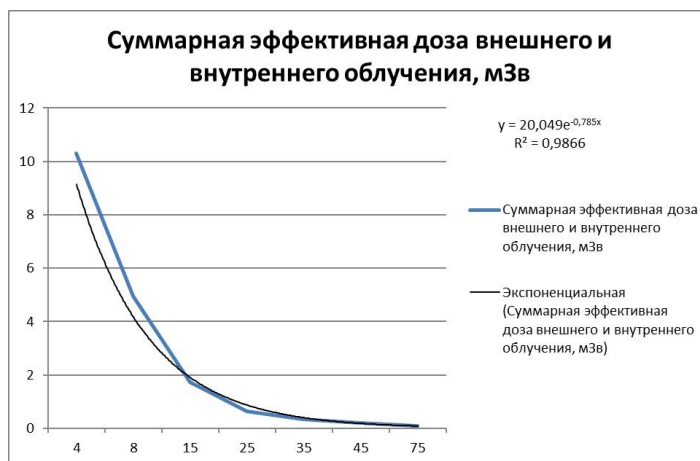


Рис. 2. Значения суммарных эффективных доз по кольцам по БелАЭС. Экспоненциальное приближение

Видно, что зависимость экспоненциальная, с большим коэффициентом детерминации R^2 – около 99%! Что же, предположение об экспоненциальной зависимости довольно резонно и целесообразно.

Как было сказано выше, такой подход не является действенным для описания точной зависимости, но является достаточным, чтобы понять ее вид. Далее будет разработана формула для получения точной зависимости.

Регрессия. Экспоненциальная регрессия

Данный раздел написан на основе работы [7].

Что же такое регрессия? Регрессия, по сути, это метод восстановления зависимости между двумя переменными. Существует множество различных типов регрессий, но в основе любого из них лежит одна и та же идея: построить модель, связывающую предсказываемое значение с исходными данными (предикторами), минимизируя ошибку. Самый простой вариант регрессии – это линейная регрессия. Изначально предполагается, что две величины связаны между собой линейной зависимостью. Математическое уравнение, которое оценивает линию простой (парной) линейной регрессии:

$$y(x) = a + b * x \quad (1)$$

Где x – независимая переменная или предиктор, Y – зависимая переменная или переменная отклика (это значение, которое мы ожидаем для y , если мы знаем величину x , т.е. это «предсказанное значение y »), a – свободный член, b – угловой коэффициент или градиент оценённой линии; она представляет собой величину, на которую Y увеличивается в среднем, если мы увеличиваем x на одну единицу.

a и b называют коэффициентами регрессии оценённой линии, хотя этот термин часто используют только для b .

Так вот, задачей является подобрать такую линейную функцию $y = a + b * x$, «наилучшим образом» описывающую зависимость Y от x . Подобрать в данном случае означает выбрать «наилучшее» значение параметров a и b .

В качестве меры отклонения функции от наблюдений можно взять:

- сумму квадратов отклонений $F = \sum_{i=1}^n (Y - y(x, a, b))^2$
- сумму модулей отклонений $F = \sum_{i=1}^n |Y - y(x, a, b)|$
- в общем случае $F = \sum_{i=1}^n g(Y - y(x, a, b))$, где g – «мера», с которой отклонение $(Y - y(x, a, b))$ входит в функционал F

Примером такой «меры» может служить функция Хубера, которая при малых отклонениях квадратична, а при больших линейна:

$$g(x) = \begin{cases} x^2, |x| < c \\ 2cx - c^2, x \geq c \\ -2cx - c^2, x \leq -c \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрю достоинства и недостатки перечисленных функционалов.

Сумма квадратов

Плюсы метода:

- легкость вычислительной процедуры;
- хорошие статистические свойства, простота математических выводов делают возможным построить развитую теорию, позволяющую провести тщательную проверку различных статистических гипотез

Минусы метода:

- чувствительность к выбросам

Сумма модулей отклонений

Плюсы метода:

- робастность, т.е. нечувствительность к выбросам

Минусы метода:

- сложность вычислительной процедуры;
- возможно, большим отклонениям надо придавать больший вес (лучше два отклонения величиной 1, чем два отклонения 2 и 0)
- неоднозначность, т.е. разным значениям параметров **a** и **b** могут соответствовать одинаковые суммы модулей отклонений

Функция Хубера является попыткой совместить достоинства двух первых функционалов. Метод наименьших квадратов основан, как раз на минимизации данного функционала $F = \sum_{i=1}^n (Y - y(x, a, b))^2$.

Для линейной регрессии искомые **a** и **b** могут быть выписаны в виде конечной формулы.

Для начала запишу необходимые условия экстремума:

$$\frac{\partial F}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Y - a - b * X) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n X * (Y - a - b * X) = 0 \quad (4)$$

Данная система однозначно разрешается:

$$b = \frac{n \sum XY - (\sum X) * (\sum Y)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (5)$$

$$a = \frac{\sum Y - \sum X * b}{n} \quad (6)$$

Коэффициент детерминации (или доля объясненной дисперсии) есть

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2} \quad (7)$$

Аналогичные рассуждения можно провести для экспоненциальной регрессии. Но несколько проще будет поступить следующим образом.

Рассмотрим уравнение вида $y(x) = k * e^{-ax}$. Упрощу его

$$y(x) = k * e^{-ax} = e^{-ax + \ln k} \quad (8)$$

Прологарифмировав правую и левую часть получу:

$$\ln y = -ax + \ln k \quad (9)$$

По сути, задача сводится к обыкновенной линейной регрессии, только в качестве объясняемой переменной есть логарифм наблюдаемых значений.

Разработка формулы для практического применения

Зависимость между дозой облучения и расстоянием до очага экспоненциальная. Запишем в общем виде экспоненциальную зависимость

$$y(x) = k * e^{-ax} \quad (10)$$

где $y(x)$ – облученность в точке, удаленной на x от очага распространения, x – расстояние от очага до описываемой точки, a – коэффициент при x , объясняющий интенсивность распространения по конкретному направлению, k – коэффициент, равный облучению в очаге распространения.

Предположим, что выбросы распространяются равномерно по каждому из направлений. Действительно, тогда суммарная доза облучения в бесконечно тонком кольце, радиуса x от эпицентра излучения будет:

$$y = k * e^{-ax} * l(x), \quad (11)$$

где $l(x)$ – длина рассматриваемого кольца радиуса x .

То есть формула примет вид:

$$y = 2\pi x k * e^{-ax} \quad (12)$$

Теперь находим суммарную дозу облучения в промежутке $R_1 - R_2$. Т.е. площадь между кольцами радиуса R_1 и R_2 , где $R_2 > R_1$. Очевидно, что суммарная доза будет равна проинтегрированной функции облучения на бесконечно малом кольце по отрезку $[R_1; R_2]$, т.е.

$$Y = \int_{R_1}^{R_2} y(x) dx \quad (13)$$

Подставив значение функции, получу следующий определенный интеграл

$$Y = \int_{R_1}^{R_2} 2\pi x k * e^{-ax} dx \quad (14)$$

Возьму этот интеграл по частям:

$$\begin{aligned} Y &= \int_{R_1}^{R_2} 2\pi x k * e^{-ax} dx = 2\pi k \int_{R_1}^{R_2} x * e^{-ax} dx = \\ &= -2\pi k \int_{R_1}^{R_2} x * \left(\frac{e^{-ax}}{a}\right)' dx = -2\pi k \left(x * \frac{e^{-ax}}{a} (R_2; R_1) - \int_{R_1}^{R_2} \frac{e^{-ax}}{a} dx \right) = \\ &= -2\pi k \left(x * \frac{e^{-ax}}{a} + \frac{e^{-ax}}{a^2} \right) (R_2; R_1) = \\ &= \frac{2\pi k}{a^2} (a * R_1 * e^{-aR_1} - a * R_2 * e^{-aR_2} + e^{-aR_1} - e^{-aR_2}) \end{aligned} \quad (15)$$

Итак, формула (15) в явном виде вычисляет теоретическую суммарную дозу облучения между кольцами $R_1 - R_2$.

В том случае, когда функция неизвестна, а известна сама доза облученности, как оценить функцию?

Вычту из практических данных Y теоретически предсказанный результат и получу остаток:

$$\varepsilon_{1;2} = Y_{1;2} - \frac{2\pi k}{a^2} (a * R_1 * e^{-aR_1} - a * R_2 * e^{-aR_2} + e^{-aR_1} - e^{-aR_2}) \quad (16)$$

Это есть отклонение теоретического результата от практического для площади между кольцами $R_1 - R_2$.

Далее воспользуюсь принципами метода наименьших квадратов. Посчитаю аналогичное отклонение для каждого румба, возведу их в квадрат и сложу. Тем самым получу суммарный квадрат отклонений. Он имеет вид:

$$\sum_{i=0}^{i=n} (Y_{i;i+1} - \frac{2\pi k}{a^2} (a * R_i * e^{-aR_i} - a * R_{i+1} * e^{-aR_{i+1}} + e^{-aR_i} - e^{-aR_{i+1}}))^2 \quad (17)$$

Видно, что (17) зависит от известных величин: $Y_{i;i+1}$ и R_i , а также от неизвестных a и k , которые и задают искомую функцию.

Для того чтобы найти искомые a и k необходимо минимизировать по ним величину (1.2), чтобы теоретическая функция лежала как можно ближе к практическим значениям, в терминах евклидовой метрики и квадратичной функции ошибки.

Итого получу, что искомые значения есть:

$$(a, k) = \sum_{i=0}^{i=n} (Y_{i;i+1} - \frac{2\pi k}{a^2} (a * R_i * e^{-aR_i} - a * R_{i+1} * e^{-aR_{i+1}} + e^{-aR_i} - e^{-aR_{i+1}}))^2 \xrightarrow{a,k} \min \quad (18)$$

Необходимость данных расчётов

Как уже было сказано, основной интерес к расчетам распространения выбросов объясняется дальнейшим применением полученных значений для оценки риска аварий на Белоярской АЭС. Основная цель оценки риска – повышение безопасности эксплуатации атомной электростанции. Оценка риска возникновения чрезвычайной ситуации (ЧС) на Белоярской АЭС проводится для решения следующих задач:

- определения возможности возникновения ЧС на Белоярской АЭС;
- оценки возможных последствий ЧС на Белоярской АЭС;
- оценки возможного воздействия ЧС, возникших на соседних опасных объектах и территориях;
- определения показателей степени риска ЧС для персонала Белоярской АЭС и проживающего вблизи населения;
- оценки состояния работ по предупреждению ЧС и готовности к ликвидации ЧС на Белоярской АЭС;

Исходные данные

В качестве исходных данных имею таблицу зависимости эффективной дозы облучения от расстояния до АЭС (таблица 2).

Таблица 2. Значение суммарных эффективных доз по кольцам БелаЭС

Расстояние от АЭС, км	Суммарная эффективная доза внешнего и внутреннего облучения, мЗв
3-5	10,3
5-10	4,95
10-20	1,74
20-30	0,63
30-40	0,33
40-50	0,20
50-100	0,10

Более наглядно зависимость прослеживается на рис. 3.

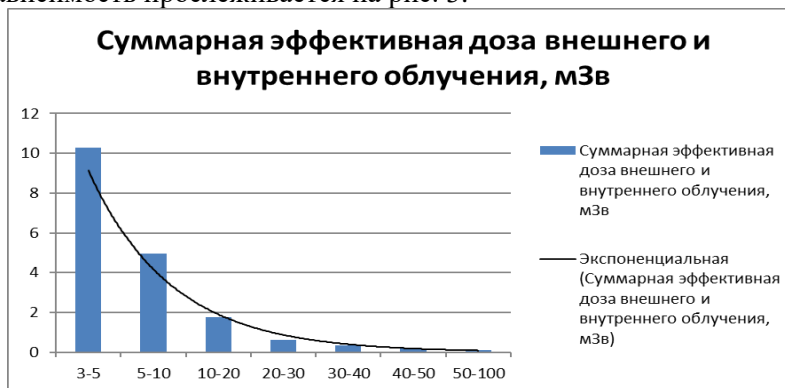


Рис. 3. Суммарная эффективная доза внешнего и внутреннего облучения

Расчет распределения выбросов на примере Белоярской АЭС. Качественный анализ

Имея исходные данные суммарных доз облучения в кольцах у станции Белоярская АЭС можно приблизить их непрерывной функцией согласно методу, предложенному выше. Т.е. искомые параметры определяются функционалом (18). Он довольно громоздкий и сложный, для того чтобы «вручную» искать его минимум. Гораздо проще сделать это численным методом. По результатам расчета получаем (округлив до второго знака):

$$a = 1.17$$

$$k = 20.65$$

В итоге суммарная доза загрязнения в точке на Белоярской АЭС при аварии подчиняется закону:

$$y = 20.65 * e^{-1.17x} \quad (19)$$

где y – облученность в точке, удаленной на x от очага распространения, x – расстояние от очага до описываемой точки.

Для того чтобы найти дозу загрязнения в некотором площади между кругами радиуса $R_1 - R_2$ необходимо воспользоваться формулой (15). Суммарная доза облучения на более сложных площадях аналогична: необходимо проинтегрировать найденную функцию по всей площади.

Дальнейшие перспективы улучшения анализа

В данной работе было сделано предложение о равномерном распространении выбросов во всех направлениях, т.е. по сути, об отсутствии ветра. В общем случае, данное предположение некорректно, и ветер оказывает влияние на распространение выбросов при авариях на АЭС.

Так как же более аккуратно описать распространение выбросов?

Логично рассмотреть каждый из восьми румбов отдельно, и записать для каждого из них уравнение диффузии выбросов. Очевидно, что общий вид зависимости не изменится: экспоненциальное затухание от эпицентра аварии.

$$y(x) = k * e^{-ax} \quad (20)$$

Где k – коэффициент, равный облучению в очаге распространения, поэтому он будет одинаков для каждого из 8 уравнений, a – коэффициент при x , объясняющий интенсивность распространения по конкретному направлению. Он как раз зависит от силы ветра, и будет оригинален для каждого из восьми уравнений.

Так в данной работе рассматривается задача уже устоявшегося загрязнения, т.е. не рассматривается динамика распространения выбросов, то достаточно иметь информацию о том, как ветер в среднем дует вблизи очага аварии. Если говорить о Белоярской АЭС, то есть данные о вероятности направления распространения радиоактивных веществ по сторонам света в зоне БН-600 (таблица 3).

Таблица 3. Роза ветров для БелАЭС

Румб	Повторяемость направления ветра, %
С	5
СВ	7
В	10
ЮВ	7
Ю	12
ЮЗ	19
З	31
СЗ	9
Итого:	100

Это значит, что коэффициенты k достаточно нормировать по вероятностям повторяемости ветра в конкретном направлении.

Заключение

Проведенная работа по описанию распространения выбросов в непрерывном приближении при авариях на АЭС занимает важное положение в решении более глобальной задачи - разработке методического подхода расчета риска эксплуатации АЭС как в общем случае, так и для конкретных АЭС. Данный подход, при анализе распространения выбросов в непрерывном приближении, был апробирован на примере Белоярской АЭС. Были получены численные значения и качественно объяснены.

Работа имеет хороший потенциал для дальнейшего развития. К примеру, автором было качественно объяснено, как влияет ветер на распространения выбросов и каким образом это можно учесть математически для более детального описания. Также важным является вопрос об оценке суммарных доз облучения на человека в произвольном участке около очага распространения. Такой анализ был проведен в дискретном, усредненном приближении, но не было вероятностных оценок в непрерывном приближении.

Литература

1. *Берберова М.А.* Оценка показателей риска для вторых очередей Смоленской и Курской АЭС: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических работ: 05.14.03 / Берберова Мария Александровна. – М., 2015. – 130 с.
2. *Об утверждении типового паспорта безопасности опасного объекта:* [приказ МЧС России № 506 от 4 ноября 2004 г.]. - М., 2004. - 1 с.
3. *Паспорт безопасности критически важного (опасного) объекта Росатома:* [приказ МЧС России № 506 от 4 ноября 2004 г.]. - М., 2006. - 9 с.
4. *Исламов, Р.Т.* Аналитические и статистические методы анализа надежности систем и безопасности объектов атомной энергетики: диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук: 05.13.16 / Исламов Рустам Талгатович. - М., 1995. - 232 с.
5. *Берберова, М.А.* Аналитические и статистические методы анализа надежности систем и безопасности объектов атомной энергетики: учеб. пособие для студентов вузов / М.А.Берберова, Р.Т.Исламов, - М.: МФТИ, 2014. - 146 с.
6. *Липатов А.А.* Оценка доз внешнего и внутреннего облучения населения, проживающего вокруг атомной электростанции: выпускная квалификационная работа бакалавра / Липатов Александр Андреевич. – М., 2015. – 21с.
7. *Эконометрика. Начальный курс /* Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Дело, 2004. - 576 с.
8. *Разработка перечня мероприятий по управлению безопасностью и оценка показателей риска для АЭС с реакторами типа БН (Белоярская АЭС с реактором БН-600) /* Кабанов Л.П., Жуков И.В., Чулкова Е.В., Берберова М.А. – М.: Международный Центр по Ядерной Безопасности, 2011. – 74 с.