

## Определение положения телефона при помощи фотокамеры и системы светодиодов с известными координатами

Д.А. Винокуров<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе предложен способ навигации, использующий данные с фотокамеры телефона и расположенные заданным образом светодиоды.

Связав с расположенными на плоскости светодиодами неподвижную систему отсчёта  $OXYZ$ , с телефоном подвижную систему  $K\xi\eta\zeta$ , как это показано на рис. 1 (плоскость телефона лежит в плоскости  $K\xi\eta$ ), можно получить связь координат произвольной точки  $A$  в двух системах отсчёта по формуле (1), где  $(x_K, y_K, z_K)^T$  — пространственные координаты телефона, а  $\theta, \psi, \varphi$  — углы Эйлера, угловые координаты телефона [1].

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}_{OXYZ} = \hat{T} \begin{pmatrix} \tilde{x}_A \\ \tilde{y}_A \\ \tilde{z}_A \end{pmatrix}_{K\xi\eta\zeta} \quad (1)$$

$$\hat{T} \vec{x} = \begin{pmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{pmatrix} + \hat{T}_1 \hat{T}_2 \vec{x} \quad (2)$$

$$\hat{T}_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\hat{T}_2 = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

В системе отсчёта камерой телефона с фокусом  $F$  при  $\tilde{z}_A \gg F$  оптическое преобразование задаётся формулой (5), где  $\alpha_A, \beta_A$  — координаты в плоскости фотоматрицы телефона [2].

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_A \\ \tilde{y}_A \\ \tilde{z}_A \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\tilde{x}_A F}{F - \tilde{z}_A} \\ \frac{\tilde{y}_A F}{F - \tilde{z}_A} \\ -F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_A \\ \beta_A \\ -F \end{pmatrix} \quad (5)$$

Камера телефона отображает пространство в плоскость. В системе отсчёта телефона можно найти такую прямую, что каждая точка которой при  $\tilde{z}_A \gg F$  будет проецироваться в точку  $\begin{pmatrix} \alpha_A \\ \beta_A \\ -F \end{pmatrix}$ . Данная прямая задаётся как прямая через точки  $\tilde{E}$  и  $\tilde{G}$  (6).

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix}, \quad \tilde{G} = \begin{pmatrix} \alpha_A \\ \beta_A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Находя выражения для данных точек в неподвижной системе отсчёта по формуле (1) найдем точку пересечения прямой  $EG$  с плоскостью  $Z=0$ . Эти координаты соответствуют известным координатам светодиодов  $A_{i_x}, A_{i_y}$ . Таким образом можно получить систему уравнений (7), где  $N$  — число светодиодов.

$$\begin{cases} (\hat{T}\tilde{E})_x - (\hat{T}\tilde{E})_z \frac{(\hat{T}\tilde{E})_x - (\hat{T}\tilde{G}_{A_i})_x}{(\hat{T}\tilde{E})_z - (\hat{T}\tilde{G}_{A_i})_z} = A_{ix} \\ (\hat{T}\tilde{E})_y - (\hat{T}\tilde{E})_z \frac{(\hat{T}\tilde{E})_y - (\hat{T}\tilde{G}_{A_i})_y}{(\hat{T}\tilde{E})_z - (\hat{T}\tilde{G}_{A_i})_z} = A_{iy} \\ i = 1 \dots N \end{cases} \quad (7)$$

Решая данные уравнения численными методами при  $N > 2$  мы определяем координаты телефона.

В работе приведены результаты эксперимента, в котором использовались три цветных светодиода, зафиксированных на вертикальной плоскости, и камера телефона Samsung Galaxy S6. На рис. 2 изображена траектория телефона, рассчитанная на основе анализа данных с фотоматрицы.

В качестве задачи для дальнейшего изучения можно поставить задачу на подсчёт погрешностей данного метода, учесть, что светодиоды проецируются не в точку, а в небольшое пятно, т.к. расположены не на бесконечности, и условие  $\tilde{z}_A \gg F$  всегда выполняется лишь приблизительно. Предлагается также рассмотреть вопрос использования избыточного числа светодиодов и вклад каждого следующего светодиода в изменение точности.

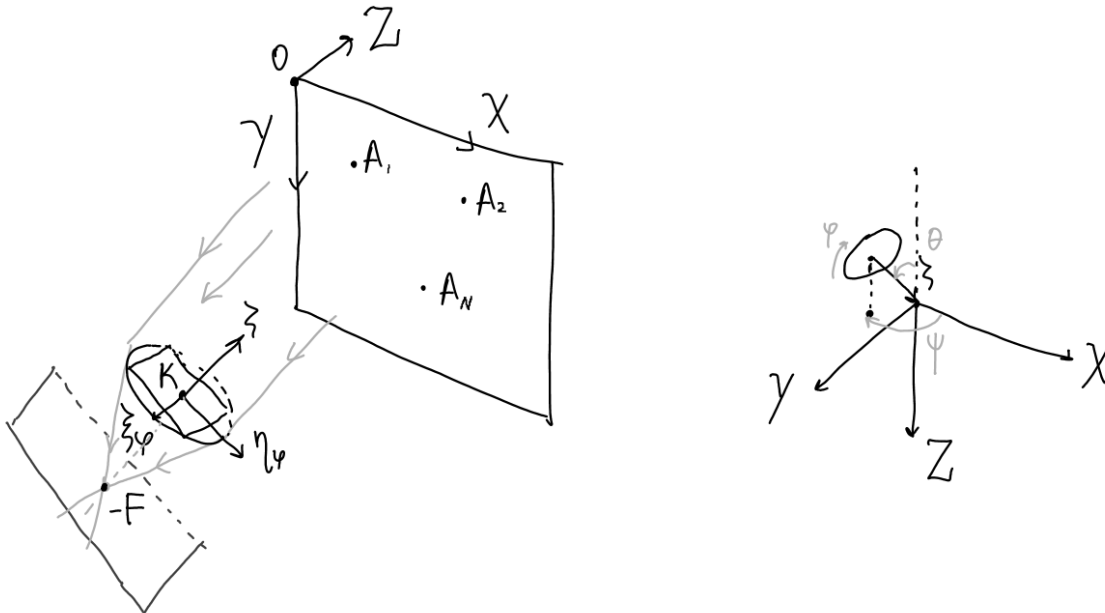


Рис. 1. Способ задания неподвижной системы отсчёта  $OXYZ$ , связанной со светодиодами, и подвижной системы  $K\xi\phi\eta\zeta$ , связанной с телефоном.

<fig2.png>

Рис. 2. Полученная в результате эксперимента траектория телефона.

### Литература

1. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.О.: Издание ЗАО «Оптимизационные системы и технологии», 2004. 368 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. IV. Оптика. М.: Физматлит, 2005. 792 с.