

УДК 531.36

Динамика вращательного движения спутника с демпфером в гравитационном поле на круговой орбите

Н. И. Амелькин, В.В. Холощак

Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе исследуется эволюция вращательного движения динамически симметричного спутника с шаровым демпфером, движущегося по круговой орбите в центральном гравитационном поле. Для описания вращательного движения спутника используется система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} 2\Lambda' &= \Lambda \circ \mathbf{U}, \\ (\mathbf{J} - I)\mathbf{U}' &= -\mathbf{U} \times \mathbf{J}\mathbf{U} + 3\mathbf{r} \times \mathbf{J}\mathbf{r} + \mu(\mathbf{V} - \mathbf{U})C, \\ I(\mathbf{V}' + \mathbf{U} \times \mathbf{V}) &= -\mu(\mathbf{V} - \mathbf{U})C, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{J} – центральный тензор инерции всего спутника, I – момент инерции демпфера относительно его центральной оси, C – осевой момент инерции спутника, μ – безразмерный коэффициент демпфирования, \mathbf{r} – единичный вектор, сонаправленный с радиус-вектором центра масс спутника, Λ – кватернион единичной нормы, задающий положение базиса главных осей инерции спутника относительно базиса Кёнига. Через \mathbf{U} , \mathbf{V} обозначены отношения абсолютной угловой скорости вспомогательного тела (образованного оболочкой и точечной массой, равной массе демпфера и расположенной в центре демпфера) и демпфера к постоянной величине угловой скорости орбитального базиса $\omega_0 = \sqrt{k/R^3}$. Штрихом обозначена производная по истинной аномалии.

Полученная система дифференциальных уравнений была решена численно с помощью программного комплекса Matlab. На рис. 1 представлены результаты численного моделирования для "сжатого" вдоль оси симметрии спутника ($A = B = 0,9C$, $I = 0,5C$) закрученного в начальный момент времени вокруг оси симметрии с угловой скоростью $\mathbf{U}(0) = 5$, для различных углов отклонения оси симметрии от нормали к плоскости орбиты, где ω_n – отношение проекции угловой скорости на нормаль к плоскости орбиты к угловой скорости орбитального базиса, а ω_{xy} – отношение проекции угловой скорости на плоскость орбиты к угловой скорости орбитального базиса.

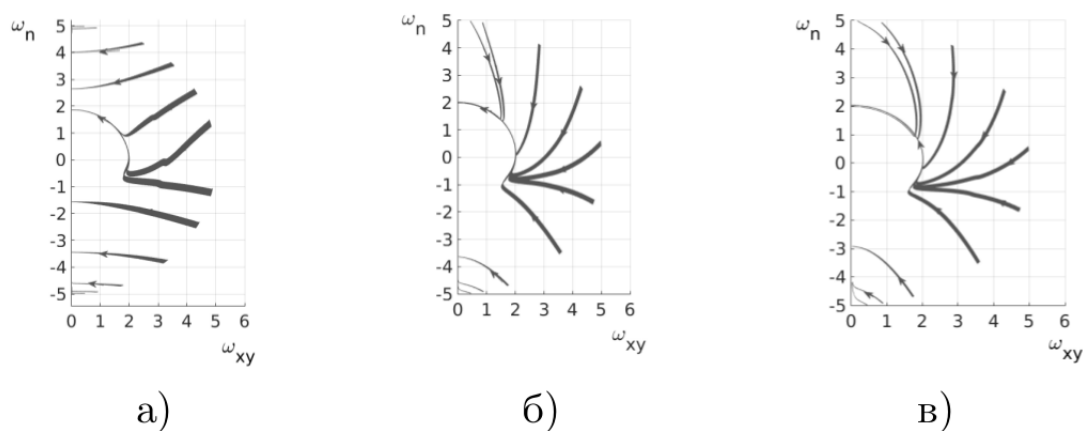


Рис. 1. Результаты численного моделирования точных уравнений движения при $\mu = 0,2$ (а), 1(б), 5(в)

Для описания вращательного движения так же были использованы приближённые уравнения Ф.Л. Черноусько:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}}{d\tau} &= \mathbf{U} \times \mathbf{e} = \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{e}}{A}, \\ \frac{d\mathbf{L}}{d\tau} &= \mathbf{M}_d - 3(A - C)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{e})(\mathbf{r} \times \mathbf{e}), \\ \mathbf{M}_d &= \frac{I^2}{\mu C} \frac{d^2 \mathbf{U}}{d\tau^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{e} – ось симметрии спутника, \mathbf{L} – приведённый кинетический момент переносного движения, $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время, где вторая производная от вектора \mathbf{U} вычисляется из уравнений движения "замороженного" спутника. После интегрирования уравнений (2) для тех же начальных условий, что и для уравнений (1), были получены результаты представленные на рис. 2.

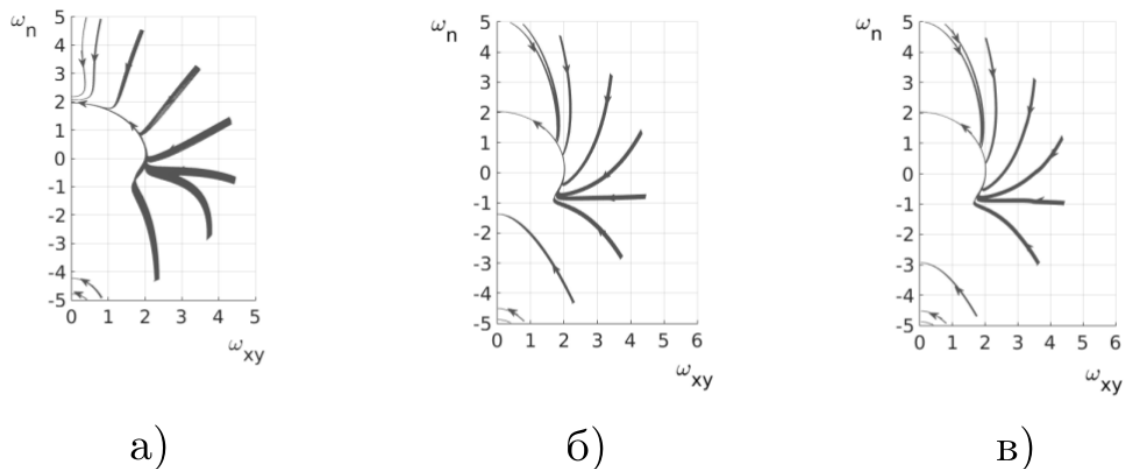


Рис. 2. Результаты моделирования уравнений Ф.Л. Черноусько при $\mu = 0,2$ (а), 1 (б), 5 (в)

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы: для большинства начальных условий финальный этап эволюции представляет собой пространственное резонансное вращение 2:1, в процессе которого вектор угловой скорости спутника эволюционирует к нормали к плоскости орбиты, а величина угловой скорости остается постоянной, равной удвоенной угловой скорости орбитального базиса; для значений безразмерного коэффициента демпфирования $\mu \geq 1$ установлено качественное совпадение результатов, полученных интегрированием точных уравнений движения (1) и приближенных уравнений Ф.Л. Черноусько (2).

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации в рамках выполнения базовой части государственного задания в сфере научной деятельности за №2583.

Литература

- 1 Черноусько Ф.Л. О движении твердого тела, содержащего сферический демпфер. // Журнал прикладной механики и технической физики. 1968. №1. с. 73-79.
- 2 Амелькин Н.И. Об асимптотических свойствах движений спутников в центральном поле, обусловленных внутренней диссипацией // ПММ, 2011. Т. 75. №2. С. 204-223.