

**Моделирование естественной конвекции сжимаемого газа в замкнутой области**А.О. Городнов<sup>1,2</sup>, И.В. Лаптев<sup>1,2</sup>, С.Г. Черкасов<sup>2</sup><sup>1)</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет)<sup>2)</sup> ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша»

Большинство работ, посвященных численному моделированию естественной конвекции, основывается на использовании приближения Буссинеска [1], в рамках которого предполагается малость изменений плотности рассматриваемой среды. Использование для моделирования естественной конвекции полной системы уравнений Навье-Стокса для сжимаемой среды [2] сопряжено с существенными вычислительными трудностями. В рамках данной работы предлагается к рассмотрению модель, занимающая промежуточное положение между приближением Буссинеска и уравнениями Навье-Стокса для сжимаемого газа. Рассматривается установление стационарного режима в прямоугольной области, заполненной совершенным газом, при наличии вертикальной перегрузки «рис. 1». В начальный момент времени температура и плотность в газе однородны, а сам газ неподвижен, на боковых стенках температура поддерживается постоянной. Рассматриваются двумерные нестационарные уравнения Навье-Стокса для сжимаемой среды в приближении гомобаричности (динамические перепады давления, связанные с течением, считаются малыми и не учитываются в уравнении состояния и энергии): Введем безразмерные масштабы величин:

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0} \quad \bar{P} = \frac{P}{P_0} \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0} \quad \bar{u} = \frac{u}{a/L} \quad \bar{v} = \frac{v}{a/L} \quad \bar{x} = \frac{x}{L} \quad \bar{y} = \frac{y}{L} \quad Fo = \frac{t}{L^2/a} \\ \bar{p} &= \frac{p}{\rho_0 a^2 / L^2} \quad Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad Ra = \frac{g(1/T_0)(T_r - T_l)L^3 \rho_0}{a\mu} \quad \Delta_w = \frac{T_r - T_l}{T_0} \quad a = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p} \end{aligned} \quad (1)$$

С учетом выбранных масштабов, можно записать уравнения неразрывности, движения, энергии и состояния в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial Fo} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v})}{\partial \bar{y}} &= 0 \\ \frac{\partial(\bar{p}\bar{u})}{\partial Fo} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{u}\bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{u}\bar{v})}{\partial \bar{y}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \\ &+ Pr \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}} \right) \\ \frac{\partial(\bar{p}\bar{v})}{\partial Fo} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}\bar{u})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}\bar{v})}{\partial \bar{y}} &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \\ &+ Pr \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \right) - \frac{Pr \cdot Ra}{\Delta_w} \bar{p} \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial(\bar{p}\bar{T})}{\partial Fo} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{u}\bar{T})}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{p}\bar{v}\bar{T})}{\partial \bar{y}} &= \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \\ \bar{P} &= \bar{p}\bar{T} \end{aligned} \quad (2)$$

Для сравнения рассматривались результаты моделирования следующей задачи, представленные в [3]. Расчет производился для следующих значений безразмерных критериев и значений температур на левой и правой стенках:  $Pr=0.71$ ,  $Ra=10^6$ ,  $T_1=1.1$ ,  $T_2=1$ . Также по предложенной модели рассчитывались и сравнивались с полученными в [3] локальные и интегральные параметры, такие как максимальные значения горизонтальной составляющей скорости на вертикальной оси симметрии и максимальное значение вертикальной составляющей скорости на горизонтальной оси симметрии, максимальное значение числа Нуссельта на левой стенке и минимальное на правой, а также среднее число Нуссельта в потоке. Полученные в ходе моделирования динамические перепады давления малы по сравнению со средним, «термодинамическим» уровнем давления «рис.3», показывая корректность применения приближения гомобаричности в рамках данной задачи. Проведенное выше сравнение показывает («рис. 2» и «таб. 1»), что учет сжимаемости в предложенной модели может приводить к значительному отличию параметров течения и

теплообмена при естественной конвекции в сжимаемой среде от рассчитанных при помощи приближения Буссинеска.

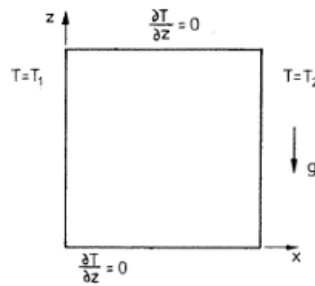


Рисунок 1. Схема рассматриваемой задачи.

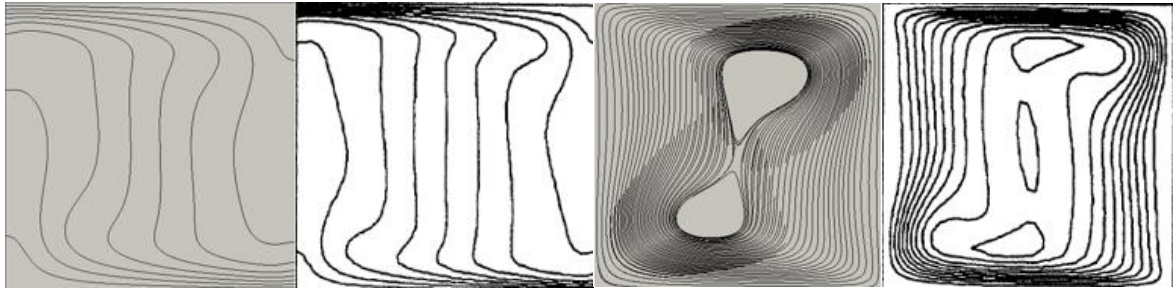


Рисунок 2. Изолинии температуры (с лева) и линии тока (с права) на стационарном режиме. Рассчитанные по предложенной модели результаты представлены на сером фоне.

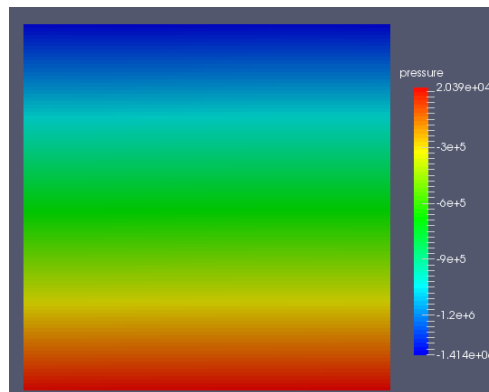


Рисунок 3. Распределение «динамического» давления на стационарном режиме.

	Приближение Буссинеска	Приближение гомобаричности
$u_{\max}$	64.63	42.99
$w_{\max}$	219.36	98.26
$Nu_{\min}$	0.989	0.693
$Nu_{\max}$	17.925	10.227
$\overline{Nu}$	8.8	5.63

Таблица 1. Сравнение локальных и интегральных параметров течения, рассчитанных в работе [3] и с помощью предложенной модели.

### Литература

1. В.И. Полежаев, А.В. Бунэ, Н.А. Везуб. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье-Стокса. М.: Наука, 1987
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика: Т.4. Гидродинамика. М.: Наука, 1986
3. G. de Vahl Davis. Natural convection of air in a square cavity: a bench mark solution. Int. j. numer. Methods fluids, 3, 249-264, 1983