

Сравнительный анализ робастностей дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга

А.В. Розин^{1,2}, И.А. Евин¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Транспортные проблемы оказывают огромное влияние на градостроительство. Так, строящаяся в Москве Центральная Кольцевая Автодорога (ЦКАД), призванная разгрузить центр столицы и МКАД, уже достигла в цене более 270 млрд рублей. Однако уже сейчас ясно, что всех проблем новое кольцо не решит. Целью данной работы является изучение и сравнение робастности дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга с точки зрения теории сложных сетей. Данное исследование не затрагивает автомобильные потоки, изменение дорожного трафика со временем и прочие эмпирические данные, сбор и обработка которых требуют больших вычислительных мощностей. Теория сложных сетей позволяет анализировать саму топологию сети и её способность выдерживать атаки.

Дорожные сети Москвы и Санкт-Петербурга имеют разную структуру и исторически формировались по-разному. В случае Москвы мы имеем дело с радиально-кольцевой структурой, в которой центр сети появился ещё в 12-13 вв. и развивался стихийно. Санкт-Петербург же имеет решётчатую структуру, которая развивалась централизованно и планомерно, а не стихийно. Кроме того, Санкт-Петербург расположен на нескольких островах, соединённых мостами, что вносит определённые коррективы в достижимость вершин сети при удалении нагруженных рёбер.

Модель представления сети

Существует несколько разных способов представления дорожной сети в виде графа. В данной работе использовались две разных модели.

В первой модели вершинами графа являлись перекрёстки, а рёбрами – соединяющие их дороги. В этом случае удаление вершины и связанных с ней рёбер аналогично затору на перекрёстке.

Во второй модели вершинами графа являлись отрезки дорог. Если отрезок физически был соединён с другим, то между двумя соответствующими этим отрезкам вершинами добавлялось ребро. Удаление вершины соответствует возникновению пробки на конкретной улице или её участке.

Стратегии атак

Для исследования устойчивости сети к атакам, в работе использовались три разных стратегии удаления вершин.

Первая стратегия – случайные атаки. Следующая вершина для удаления выбиралась случайным образом из списка вершин до тех пор, пока существовала гигантская компонента графа. Эта стратегия моделирует обыкновенные дорожные происшествия, приводящие к пробке на одной улице.

Вторая и третья стратегии – атаки на вершины с наибольшими степенями (degree based) и на вершины с наибольшим показателем betweenness centrality (betweenness based). Эти стратегии моделируют направленные атаки (например, террористические акты) или ремонт крупных дорог.

Betweenness centrality – это отношение количества кратчайших путей, проходящих через вершину, к общему числу кратчайших путей в графе. Для того, чтобы сравнивать робастности разных сетей, мы использовали нормированный betweenness centrality, где нормировка производится делением на общее число вершин в графе $(n - 1)(n - 2)/2$.

$$BC'(v) = 2 \left(\sum_{u \neq w \in V} \frac{\sigma_{uw}(v)}{\sigma_{uw}} \right) / (n-1)(n-2)$$

Здесь $\sigma_{uw}(v)$ – число кратчайших путей между вершинами u и w , проходящих через вершину v , а σ_{uw} – общее число кратчайших путей между вершинами u и w .

Таким образом, в отличие от степени вершины, являющейся локальной характеристикой, betweenness centrality характеризует всю топологию сети.

Исследуемые величины

Для количественного исследования робастности были выбраны две величины, измеренные после удаления каждые 500 вершин.

Первой величиной была выбрана нормированная средняя длина кратчайшего пути.

$$L = \left(\frac{1}{n(n-1)} \sum_{u \in V} \sum_{w \neq v \in V} d(u, v) \right) / D$$

Здесь $d(u, v)$ – длина кратчайшего пути между вершинами u и v .

Она нормируется диаметром сети.

$$D = \max_{v, w \in V, v \neq w} d(v, w)$$

L показывает, насколько быстро можно достичь любой вершины в графе. Чем больше величина L , тем сложнее достичь точки назначения. В случае, когда граф не является связным, в качестве L используется средняя длина кратчайшего пути в наибольшей связной компоненте графа.

В качестве второй характеристики был выбран относительный размер наибольшего фрагмента S .

$$S = \frac{n_s}{n}$$

Здесь n – общее число вершин в графе, а n_s – число вершин в наибольшей связной компоненте графа. S показывает, насколько сильно сеть пострадала от атак и насколько фрагментированной она стала.

Моделирование сети

Для построения графа дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга были использованы данные ресурса <http://www.openstreetmap.org/>, представляющего собой открытый картографический проект в свободном доступе. Регионы «Москва» и «Санкт-Петербург» были загружены с сайта http://gis-lab.info/projects/osm_dump/ в формате .osm.pbf. Затем они были преобразованы в файл формата .sql с помощью бесплатного конвертера osm2ро. Файл содержит информацию о всех дорогах и пересечениях дорог. Для их непосредственного представления в виде графа и моделирования атак была написана программа на языке программирования Python с использованием модуля NetworkX.

Полученные результаты

Были получены графы дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга с использованием обеих моделей. В первой модели были получены графы с характеристиками $V = 44506$, $E = 58514$ и $V = 34275$, $E = 45496$ для Москвы и Санкт-Петербурга соответственно, где V – число вершин в графе, E – число рёбер. Во второй модели получились графы соответственно $V = 38599$, $E = 111734$ и $V = 28036$, $E = 89094$.

Далее приведены результаты расчётов для всех стратегий атак в первой модели.

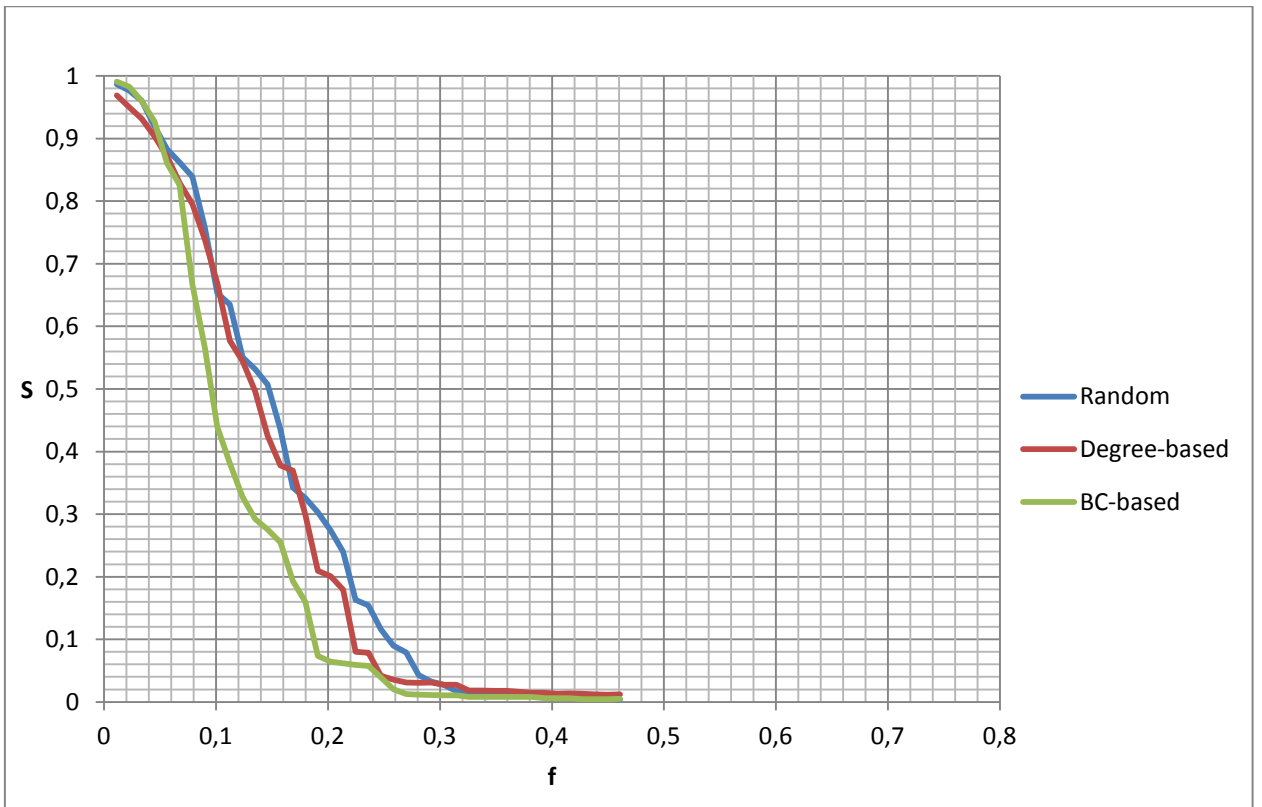


Рис. 1. Сравнение зависимости относительных размеров наибольшего фрагмента сети от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожной сети Москвы для первой модели

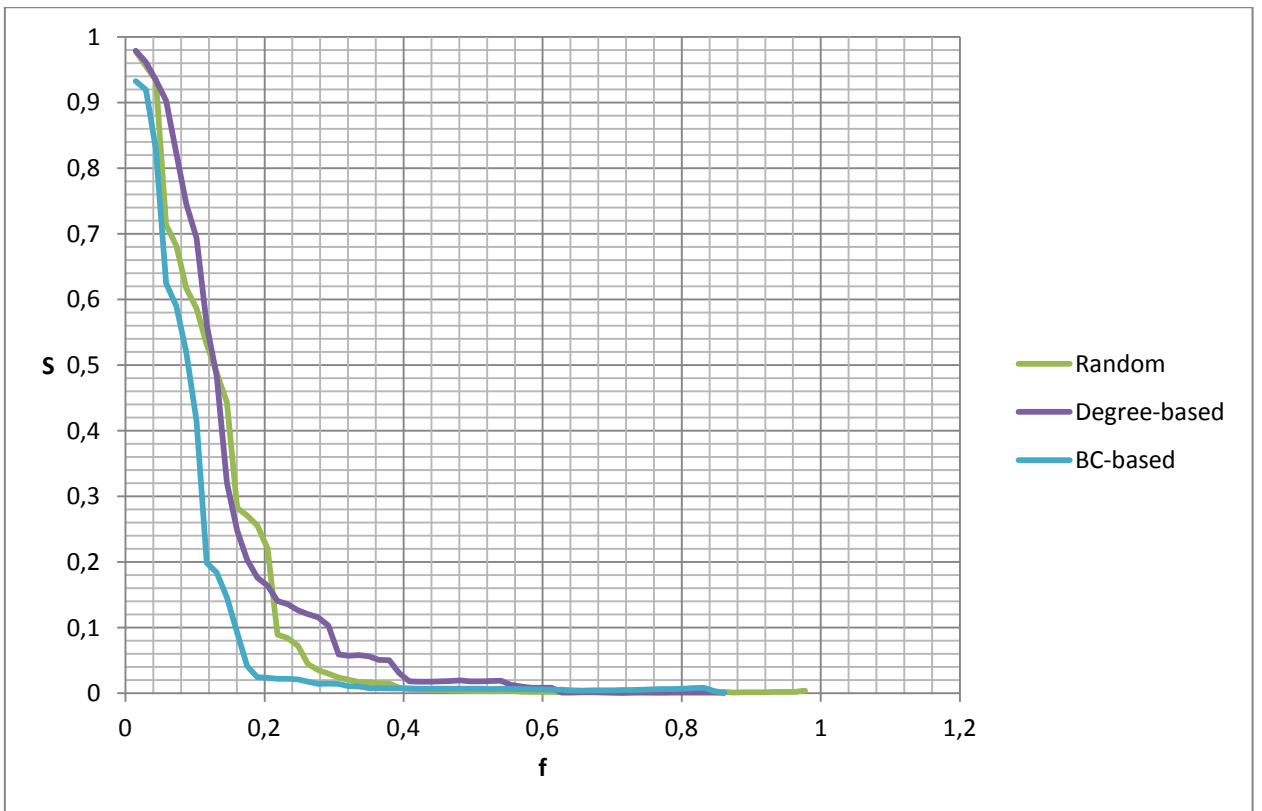


Рис. 2. Сравнение зависимости относительных размеров наибольшего фрагмента сети от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожной сети Санкт-Петербурга для первой модели

На следующих графиках приведены аналогичные зависимости для второй модели.

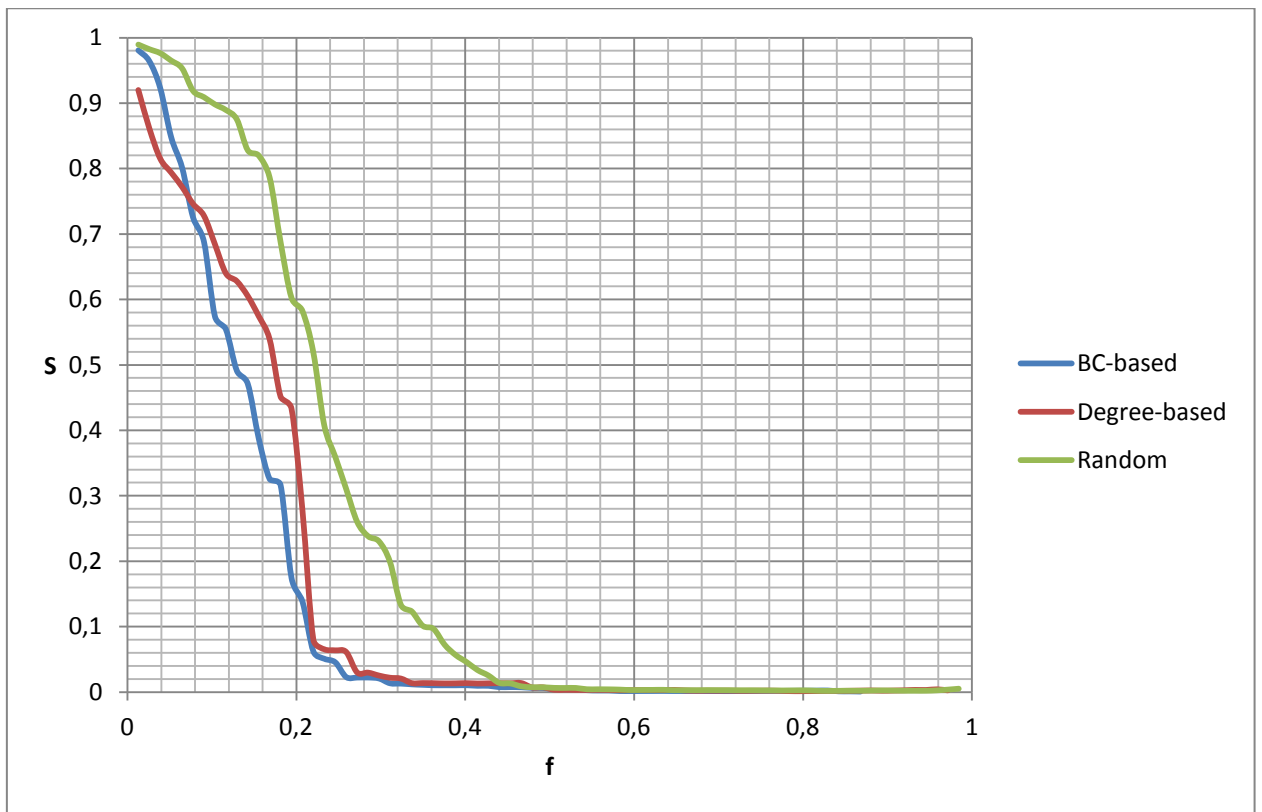


Рис. 3. Сравнение зависимости относительных размеров наибольшего фрагмента сети от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожной сети Москвы для второй модели

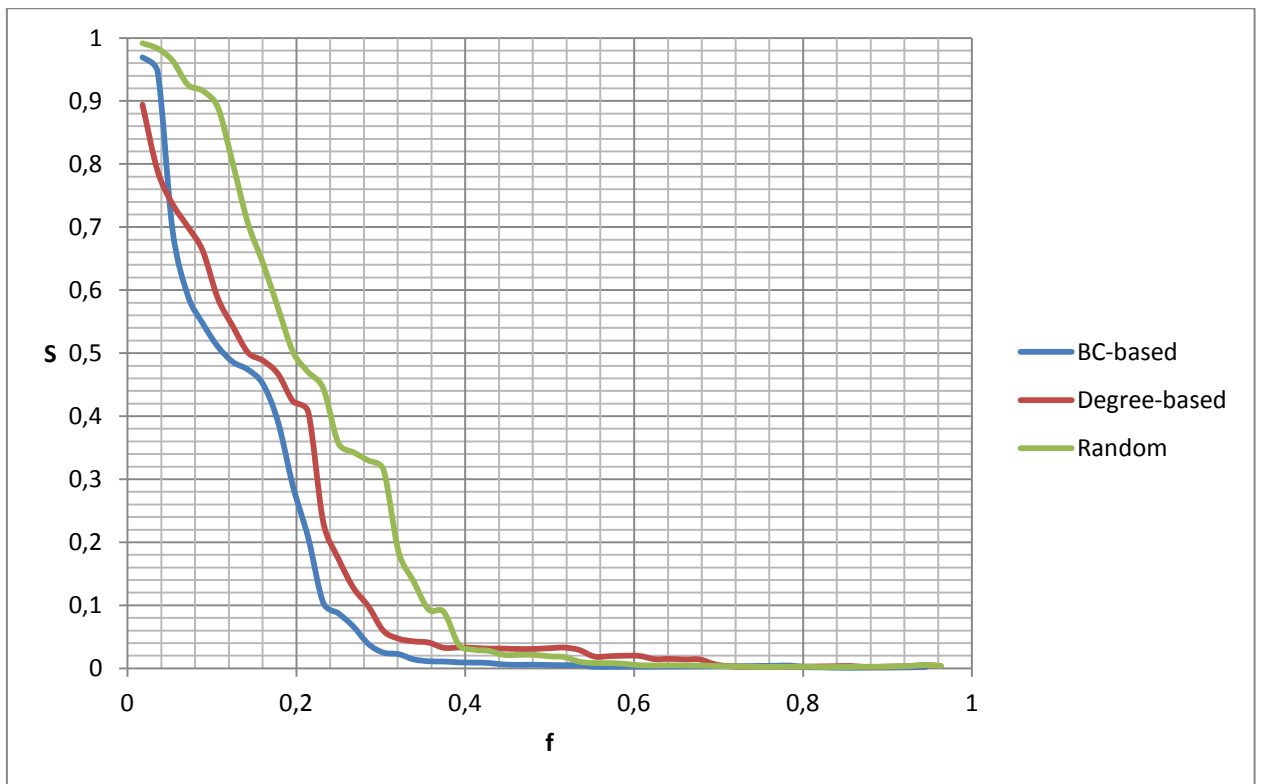


Рис. 4. Сравнение зависимости относительных размеров наибольшего фрагмента сети от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожной сети Санкт-Петербурга для второй модели

Как видно из графиков, в первой модели результаты для всех трёх типов атак мало различаются для обоих городов. Это контринтуитивный результат, т.к. случайные атаки должны оказывать куда меньший ущерб сети. Во второй же модели обе сети ведут себя более устойчиво под случайными атаками по

сравнению с betweenness based и degree based атаками. Таким образом, можем сделать вывод о том, что вторая модель представления дорожной сети в виде графа более адекватна реальности, нежели первая. Тем не менее, по сравнению с результатами, полученными в [2] с использованием той же модели, отметим, что при схожем поведении при направленных атаках, дорожные сети Москвы и Санкт-Петербурга достаточно неустойчивы к случайным ошибкам.

Перейдём теперь к сравнению робастностей дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга при разных видах атак. В связи с ранее сделанным выводом, сравнение будет производиться только для графов, построенных при помощи второй модели. На следующих двух графиках приведено сравнение зависимости относительных размеров наибольшего фрагмента сети и средней длины кратчайшего пути от доли удалённых вершин для всех типов атак для обоих городов.

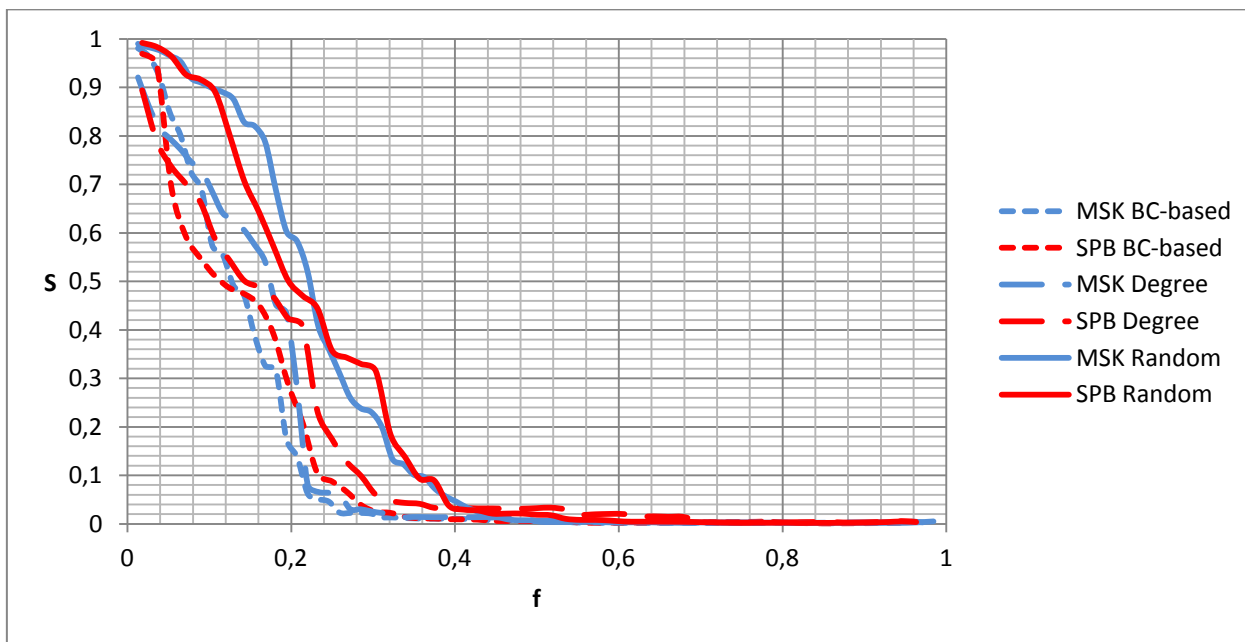


Рис. 5. Сравнение зависимостей относительных размеров наибольшего фрагмента сети от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга для второй модели

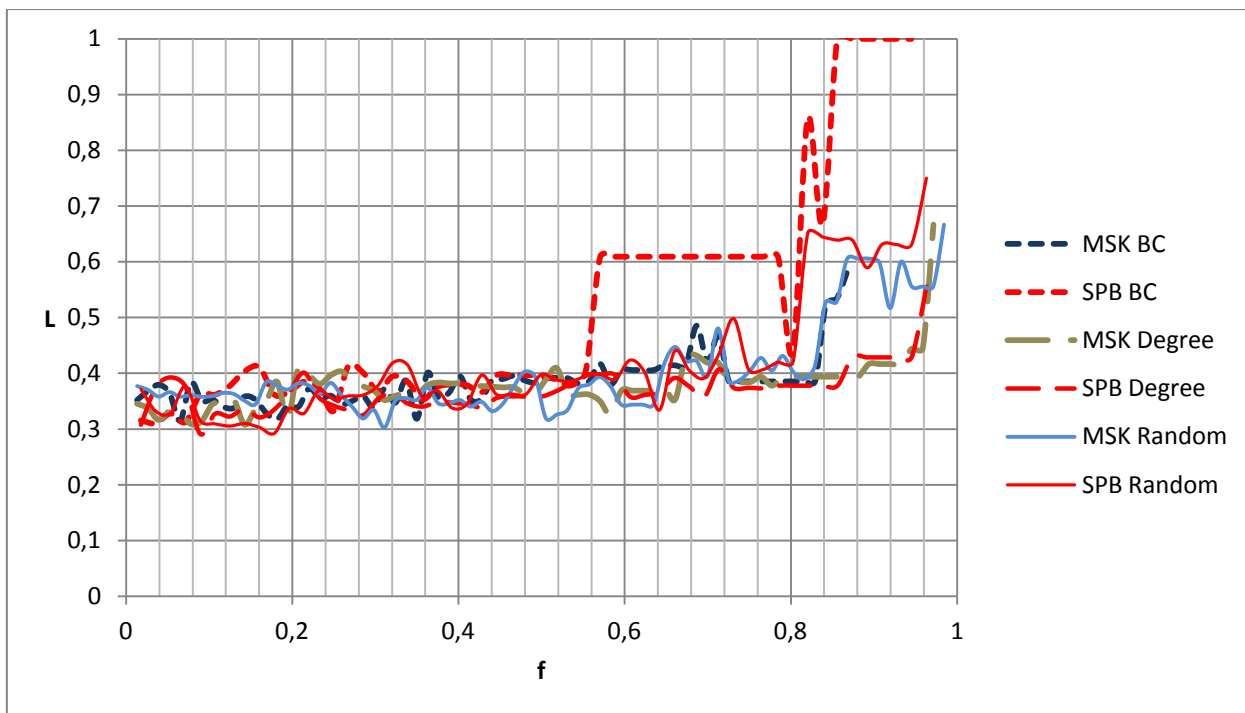


Рис. 6. Сравнение зависимостей средних длин кратчайшего пути от доли удалённых вершин при всех видах атак дорожных сетей Москвы и Санкт-Петербурга для второй модели

Первый график демонстрирует, что дорожная сеть Санкт-Петербурга более устойчива ко всем видам атак. Для каждого из видов атак сеть распадается на малые фрагменты при большей доле удалённых вершин, нежели у Москвы. И хотя говорить о преимуществе сеточной структуры над радиально-кольцевой преждевременно, сравнение показывает большую уязвимость дорожной сети Москвы перед направленными атаками.

С другой стороны, второй график демонстрирует, что дорожная сеть Санкт-Петербурга распадается на слабо связанные фрагменты, в то время как дорожная сеть Москвы даже при распаде сохраняет относительную связность.

Выводы

По результатам исследования было выяснено, что модель представления дорожной сети, в которой вершинами являются дорожные сегменты, более адекватно отражает реальность, нежели вторая использованная модель. Расчёт показал схожее поведение обеих сетей при всех типах атак. Несмотря на различие топологических структур и природы образования сетей, дороги Москвы и Санкт-Петербурга (в отличие от других мегаполисов мира [2]) демонстрируют относительно низкую устойчивость к случайным атакам. Распад сети в обоих случаях наступает уже при доле удалённых вершин около 0.4. Сравнение же сетей показало лучшую устойчивость дорожной сети Санкт-Петербурга по сравнению с московской при всех типах атак.

Литература

1. *Albert R., Jeong H., Barabási A.-L.* Error and attack tolerance of complex networks. – Nature. – 2000. – 406. – P. 378.
2. *Duan Y., Lu F.* Robustness of city road networks at different granularities. – Physica A. – 2014. – 411. – P. 21–34