

Сравнение быстродействия алгоритмов численного решения систем линейных алгебраических уравнений

И.И. Сергеев¹, А.В. Фаворская¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

Системы линейных алгебраических уравнений встречаются в широком спектре прикладных задач, от инженерных до экономических. Часто системы нелинейных уравнений приближённо решаются с помощью сведения к линейным. Кроме того, решение систем линейных уравнений является частью методов решения других задач, например, метода наименьших квадратов [1].

Основная задача состоит в нахождении решения системы линейных алгебраических уравнений. Эта задача может быть решена точно с помощью прямых методов, например, метода Гаусса и его модификаций [1]. Однако, на практике часто оказывается более эффективным нахождение численного приближённого решения, так как за счёт потери точности приобретается выигрыш в скорости. Для нахождения численного решения систем линейных алгебраических уравнений используются итерационные методы. В этой работе рассматриваются четыре таких алгоритма: методы Якоби, Гаусса-Зейделя, верхней и нижней релаксации [1, 2, 3]. Цель работы – сравнение скорости сходимости этих четырёх методов. Для этого была разработана программа, измеряющая быстродействие алгоритмов. В ходе работы программы измеряется время работы алгоритмов на наборе псевдослучайно сгенерированных систем уравнений.

Результаты измерений показывают, что из четырёх алгоритмов самой высокой скоростью сходимости обладает метод верхней релаксации. Полученный результат согласуется с тем, что оптимальное значение итерационного параметра в методе верхней релаксации находится между 0 и 1 [1, 3].

Работа выполнена в рамках курса «Вычислительная математика».

Литература:

1. *Петров И.Б.* Лекции по вычислительной математике. М.: Бином, 2006. – 523 с.
2. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. М.: Наука, 1989. – 432 с.
3. *O. Axelsson.* A survey of preconditioned iterative methods for linear systems of algebraic equations. // BIT, 1985. V. 25, N. 165. P. 165–187.