

Метод локальных возмущений для восстановления формы волнистой поверхности по собственному излучению

А.В. Романова¹¹Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова

Результаты работы получены совместно с А. С. Шамаевым.

Исследования в области распознавания различных характеристик волнистых поверхностей по данным электромагнитного зондирования имеют прикладное значение и используются в прогнозировании погоды, выявлении естественных процессов в океане (подводные течения, особенности дна) и искусственных (движение подводных лодок). Для решения данной задачи требуется восстановить форму волнистой поверхности по ее собственному излучению. В данной работе используется метод локальных возмущений [1], [2], позволяющий построить и реализовать эффективный алгоритм восстановления формы поверхности.

Рассматривается задача дифракции плоской электромагнитной волны, падающей из полупространства $Y < 0$ на цилиндрическую по оси OZ импедансную поверхность. Задача сводится к двум независимым плоским безразмерным задачам дифракции в полосе, ограниченной одним периодом поверхности. Пусть контур S задается равенством $y = f(x)$, где $f(x)$ – периодическая функция, заданная конечным числом коэффициентов Фурье.

Электромагнитному полю соответствуют неизвестные функции $u^{(1)}(x, y)$, $u^{(2)}(x, y)$, в области $\Omega = \{(x, y) : -\infty < y < f(x), 0 \leq x \leq 2\pi\}$. Они удовлетворяют уравнению Гельмгольца с граничными условиями на контуре $y = f(x)$:

$$\Delta u^{(j)} + k^2 u^{(j)} = 0, \quad j = 1, 2$$

$$u^{(1)}(x, y) - h_1 \frac{\partial u^{(1)}(x, y)}{\partial \bar{n}} = 0,$$

$$\frac{\partial u^{(2)}(x, y)}{\partial \bar{n}} - h_2 u^{(2)}(x, y) = 0,$$

где h_1, h_2 определены соотношениями $h_1 = -icW / \omega$, $h_2 = i\omega W / c$, W – поверхностный импеданс $W = (\mu / (\varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}))^{1/2}$, здесь μ, ε – магнитная и диэлектрическая проницаемость, σ – проводимость поверхности, c – скорость света в вакууме. Также должны выполняться условия излучения при $y < y_0 = \inf_{x \in [0, 2\pi]} f(x)$. Введем величины $\lambda_n = k \sin \alpha + n$, $\gamma_n = \sqrt{k^2 - \lambda_n^2}$, α – угол между вектором падающей волны и осью OY . Решения ищутся в классе $u^{(j)} \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$. Собственное излучение заданного контура находится по формулам:

$$d^{(1)} = \gamma_0^{-1} \operatorname{Re} \left(\frac{ih_1}{2\pi} \right) \int_0^{2\pi} \left| \frac{\partial u^{(1)}(x, f(x))}{\partial \bar{n}} \right| \sqrt{1 + f'(x)^2} dx,$$

$$d^{(2)} = \gamma_0^{-1} \operatorname{Re} \left(-\frac{ih_2}{2\pi} \right) \int_0^{2\pi} |u^{(2)}(x, f(x))| \sqrt{1 + f'(x)^2} dx.$$

Метод локальных возмущений позволяет найти функции $\frac{\partial u^{(1)}}{\partial \bar{n}}, u^{(2)}$, а с их помощью излучение. Далее рассматривается обратная задача: пусть имеются экспериментальные данные по некоторой поверхности, полученные при различных длинах волн. Из вышеизложенного следует, что можно записать функцию невязки и минимизировать ее. Для этой цели в работе используется градиентный метод с переменным шагом. Численные результаты показали, что нахождение излучения по методу локальных возмущений обеспечивает быстрый счет и высокую точность при небольших амплитудах возмущения поверхности, и восстановление поверхности на основе данного метода также эффективно и не зависит от длин волн, но зависит от угла падения и амплитуд восстанавливаемого контура. Программа реализована в среде Matlab.

Литература

1. *Басс Ф.Г, Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.1972.
2. *Ткаченко Т.Л, Михеев А.Г.* Асимптотические методы в задаче дифракции на волнистой поверхности// Вестн. МГУ. Сер.15 .№ 1. с. 3-9.