УДК 533.9.01

Лагранжиан и инварианты движения системы дрейфовых уравнений в сильном электрическом поле

Н.А. Марусов[1,2], Е.А. Сорокина[2,3]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

[2]Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

[3]Российский университет дружбы народов

Исследована система дрейфовых уравнений движения заряженной частицы в сильном электрическом поле, задающем скорость электрического дрейфа сопоставимую с полной скоростью частицы. Система имеет вид [1]:

$$\frac{d\mathbf{r}_d}{dt} = \left(\mathrm{v}_\parallel + \frac{\mathrm{u}_\perp^2}{2\Omega}(\mathbf{b}\cdot \mathrm{rot}\,\mathbf{b})\right)\mathbf{b} + \mathbf{V}_\mathrm{E} + \frac{\mathrm{u}_\perp^2}{2\Omega}\left[\mathbf{b}\times\frac{\nabla B}{B}\right] + \frac{\mathrm{v}_\parallel^2}{\Omega}[\mathbf{b}\times(\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{b}] + \\ + \frac{c}{\Omega B}\dot{\mathbf{E}}_\perp + \frac{\mathrm{v}_\parallel}{\Omega}\left([\mathbf{b}\times(\mathbf{V}_\mathrm{E}\cdot\nabla)\mathbf{b}] - c\frac{\mathbf{E}_\perp}{B^2}(\mathbf{b}\cdot\nabla B)\right) - \frac{c\mathbf{E}_\perp}{\Omega B^2}(\mathbf{V}_\mathrm{E}\cdot\nabla B), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathrm{v}_\parallel}{dt} = \frac{Ze}{m}(\mathbf{bE}) + \frac{\mathrm{u}_\perp^2}{2}\mathrm{div}\,\mathbf{b} - \mathbf{V}_\mathrm{E}\cdot\frac{d\mathbf{b}}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathrm{u}_\perp}{dt} = -\frac{\mathrm{v}_\parallel \mathrm{u}_\perp}{2B}\mathrm{div}\,\mathbf{b} - \frac{\mathrm{u}_\perp}{2}(\mathrm{div}\,\mathbf{V}_\mathrm{E} - \mathbf{b}\cdot(\mathbf{b}\nabla)\mathbf{V}_\mathrm{E}), \quad (3)$$

где $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$ – напряженности магнитного и электрического полей, $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$, $\mathbf{\Omega} = -(Ze/mc)\mathbf{B}$ – циклотронная частота, $\mathbf{V}_\mathrm{E} = (c/B^2)[\mathbf{E}\times\mathbf{B}]$ – скорость электрического дрейфа, $\mathbf{u}_\perp = \mathbf{v}_\perp - \mathbf{V}_\mathrm{E}$; $\mathrm{v}_\parallel$ и $\mathrm{v}_\perp$ – компоненты скорости вдоль и поперёк силовых линий магнитного поля соответственно; точкой обозначена полная производная по времени t. Уравнение (1) задаёт скорость ведущего центра $\mathbf{r}_d$, уравнения (2), (3) описывают эволюцию продольной и поперечной компонент скорости частицы в первом порядке малости по величине неоднородности электромагнитного поля.

Показано, что получить интегралы движения из уравнений (2) и (3) можно лишь при условии $(\mathbf{bE})(\mathbf{b}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{b}) = 0$, т.е. только для ограниченного класса рассматриваемых полей. При этом для записи дрейфовых уравнений (1)-(3) в лагранжевой форме [1,2], необходимо выполнение условий: $\mathbf{b}\cdot\,\mathrm{rot}\,\mathbf{b} = 0$, $\mathbf{b}\cdot\,\mathrm{rot}\,\mathbf{V}_\mathrm{E} = 0$. Лагранжиан в этом случае принимает вид:

$$L = \mathbf{A}^*\cdot\frac{d\mathbf{r}_d}{dt}, \quad (4)$$

$$\mathbf{A}^* = \mathbf{A} + \frac{mc}{Ze}(\mathrm{v}_\parallel\mathbf{b} + \mathbf{V}_\mathrm{E}), \quad (5)$$

где $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$.

Продемонстрировано сохранение фазового объёма системой дрейфовых уравнений второго порядка, полученной в работе [1].

Литература

1. *Морозов А.Н., Соловьев Л.С.* Вопросы теории плазмы, вып. 2 / под ред. акад. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, с. 177-258
2. *Сивухин Д.В.* Вопросы теории плазмы, вып. 1 / под ред. акад. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, с. 7-97