УДК 519.632.4

Реализация параллельного многосеточного метода решения уравнения типа Гельмгольца для глобальной модели атмосферы ПЛАВ

Г.С. Гойман

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Институт вычислительной математики РАН

Использование полунеявного метода [1] для интегрирования уравнений динамики в моделях атмосферы на сегодняшний день является очень распространённым подходом [2]. Данный метод позволяет использовать гораздо больший шаг интегрирования по времени, по сравнению с явными методами, но требует решения на каждом шаге по времени трехмерного или набора двумерных уравнений типа Гельмгольца. Эффективность такого подхода во многом зависит от эффективности алгоритма решения возникающей системы линейных уравнений. Особенно важными свойствами для таких алгоритмов являются независимость сходимости от размера задачи (робастность) и возможность использования на массивно-параллельных системах.

В результате дискретизации по времени уравнений динамики в глобальной модели атмосферы ПЛАВ [3] на каждом вертикальном уровне возникает двумерное уравнений типа Гельмгольца:

$$\left(\lambda_k^2 - \Delta\right)\psi_k = R_k\,, k = \overline{1, N_z},$$

где λ_k – константа, зависящая от вертикального уровня, ψ_k, R_k – столбец неизвестных и правая часть на k-ом вертикальном уровне, N_z – количество вертикальных уровней в модели. На данный момент для решения возникающей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), применяется прямой метод с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) и векторной прогонки [4]. В сочетании с одномерной декомпозицией области по MPI процессам данный алгоритм достаточно эффективен. Однако, использование одномерной декомпозиции накладывает ограничение на максимально возможное количество используемых вычислительных ядер, а значит и на максимально доступную вычислительную мощность. Поэтому, при увеличении пространственного разрешения модели потребуется переход на двумерную декомпозицию области. Использование БПФ и векторной прогонки в совокупности с двумерной декомпозицией области скорее всего окажется не эффективным, так как потребует большого количества глобальных коммуникаций между процессорами. Таким образом, требуется реализовать алгоритм решения СЛАУ, который мог бы быть эффективно использован на массивно-параллельных системах.

В данной работе рассматривается реализация параллельного блока решения квазитрехмерного уравнения типа Гельмгольца на регулярной широтно-долготной сетке с использованием многосеточного метода для дальнейшего внедрения в глобальную модель атмосферы ПЛАВ.

За основу метода взят многосеточный метод с V-циклом [5]. Для сглаживания высокочастотных компонент ошибки используется метод Гаусса-Зейделя с красно-черным упорядочиванием переменных. Операторы продолжения и сгрубления – билинейная интерполяция и сопряжённый к нему оператор 8-ми точечного осреднения. Одним из главных недостатков стандартного многосеточного метода является ухудшение сходимости при наличии анизотропии в коэффициентах уравнения. В данном случае источником анизотропии является сходимость меридианов широтно-долготной сетки вблизи полюсов. Для решения этой проблемы реализован используется метод условного сгрубления сетки [6].

Для параллельной реализации используется двумерная декомпозиция по MPI-процессам. Особенностью параллельной реализации является применение динамического изменения количества MPI-процессов, использование техники агрегации обменов и спаивания операций. Это позволяет увеличить параллельную эффективность на нижних уровнях V-цикла, а также более эффективно использовать кэш-память процессоров.

Проведены численные тесты, показывающие независимость сходимости алгоритма от размера задачи. На рис. 1 приведены результаты исследования сильной масштабируемости алгоритма для двух различных задач с использованием до 1024 вычислительных ядер.

В дальнейшем планируется реализация распараллеливания алгоритма на основе гибридной технологии MPI/OpenMP, а также тестирование данного алгоритма в качестве предобуславливателя для метода сопряженных градиентов.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 33.

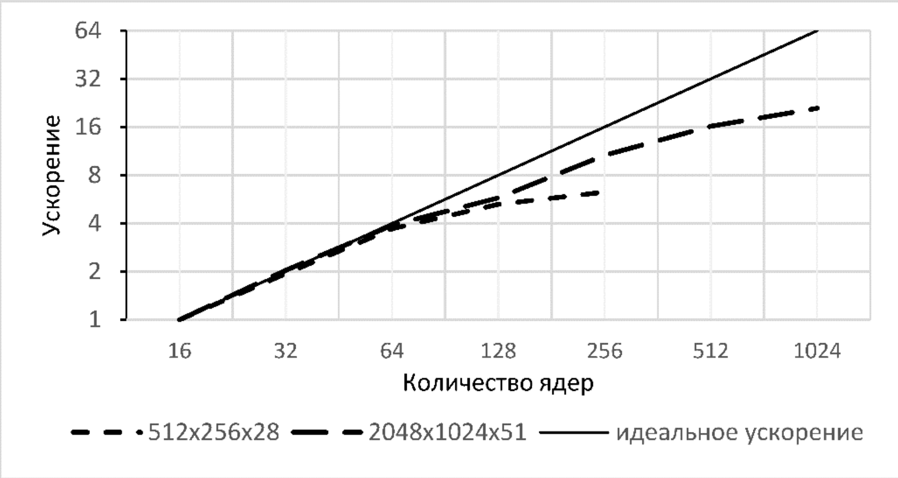

Рисунок 1. Сильная масштабируемость алгоритма.

Литература

1. *Robert A.* A stable numerical integration scheme for the primitive meteorological equations. Atmos. Ocean, 19(1):35–46, 1981.
2. *Steppeler J., Hess R., Schattler U., and Bonaventura L.* Review of numerical methods for nonhydrostatic weather prediction models. Meteorol. Atmos. Phys., 82(1-4):287–301, 2003.
3. *Толстых М.А* Глобальная полулагранжева модель численного прогноза погоды. – М. Обнинск: ОАО ФОП, 2011. – 111 с.
4. *Tolstykh M.A.* Vorticity-divergence semi-Lagrangian shallow-water model of the sphere based on compact finite differences //Journal of Computational Physics. – 2002. – Т. 179. – №. 1. – С. 180-200.
5. *Trottenberg U., Oosterlee C.W., Schuller A.* Multigrid. – Academic press, 2000. 631 p.
6. *Larsson J., Lien F. S., Yee E.* Conditional semicoarsening multigrid algorithm for the Poisson equation on anisotropic grids //Journal of Computational Physics. – 2005. – Т. 208. – №. 1. – С. 368-383.