

УДК 533.951.7

Численное моделирование зональных течений двумерной магнитно-гидродинамической турбулентности в космической и астрофизической плазме

Т.А. Зиняков^{1,2}, А.С. Петросян¹

¹Институт Космических Исследований

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

Работа посвящена изучению двумерной магнитно-гидродинамической турбулентности в плазме в приближении бета-плоскости. Используется уравнение эволюции потенциальной завихренности несжимаемой вязкой проводящей жидкости во вращающейся системе отсчета и уравнение эволюции магнитного потенциала:

$$w_t = J(\psi, w) + \beta \psi_x + \nu \Delta w + G_0, \quad (1)$$

$$A_t = J(\psi, A) + \eta \Delta A, \quad (2)$$

$$w = -\Delta \psi, \quad (3)$$

где $w = w(x, y, t)$ – завихренность, $\psi = \psi(x, y, t)$ – функция тока, $A = A(x, y, t)$ – потенциал тороидального поля, $J(w, \psi) = J_x w_y - J_y w_x$ – якобиан, G_0 – z-компонента внешней силы, ν – вязкость, η – коэффициент магнитной диффузии и β – коэффициент приближения бета-плоскости силы Кориолиса $2\mathbf{\Omega} = (0, 0, f + \beta y)^T$, где $\mathbf{\Omega}$ – угловая скорость вращения. Завихренность и функция тока связаны между собой формулой (3). Система уравнений (1), (2) и (3) описывает явления солнечного тахоклина, проводящего слоя на поверхности внешнего ядра Земли и стратифицированной проводящей жидкости внутри нейтронных звезд.

Для решения уравнений используется псевдоспектральный метод решения, основанный на быстром преобразовании Фурье. Для интегрирования по времени была использована двухшаговая явная схема Мацуно:

$$\begin{aligned} f^* &= f^n + F(f^n)\Delta t \\ f^{n+1} &= f^n + F(f^*)\Delta t \end{aligned} \quad (4)$$

Авторами был создан код с использованием языка программирования C++ и архитектуры параллельных вычислений CUDA, а также проведены тестовые расчеты на квадратных сетках 128x128, 256x256, 512x512 и 1024x1024 с периодическими граничными условиями.

В отсутствии магнитного поля и силы Кориолиса, при начальных условиях:

$$\psi(x, y) = \sum_{k_1, k_2=1}^{14} \sin(k_1 x + a_1) \cdot \sin(k_2 y + a_2), \quad (5)$$

где a_1, a_2 – случайные величины из диапазона $(0, 2\pi)$ (рис. 1), показано образование вихрей (рис. 1в) и явление обратного каскада энергии в двумерной гидродинамике.

При наличии силы Кориолиса в приближении бета-плоскости $\beta = 5$, при начальных условиях:

$$\psi(x, y) = \sum_{k_1, k_2=7}^{10} \sin(k_1 x + a_1) \cdot \sin(k_2 y + a_2), \quad (6)$$

показано образование зональных течений (рис. 1).

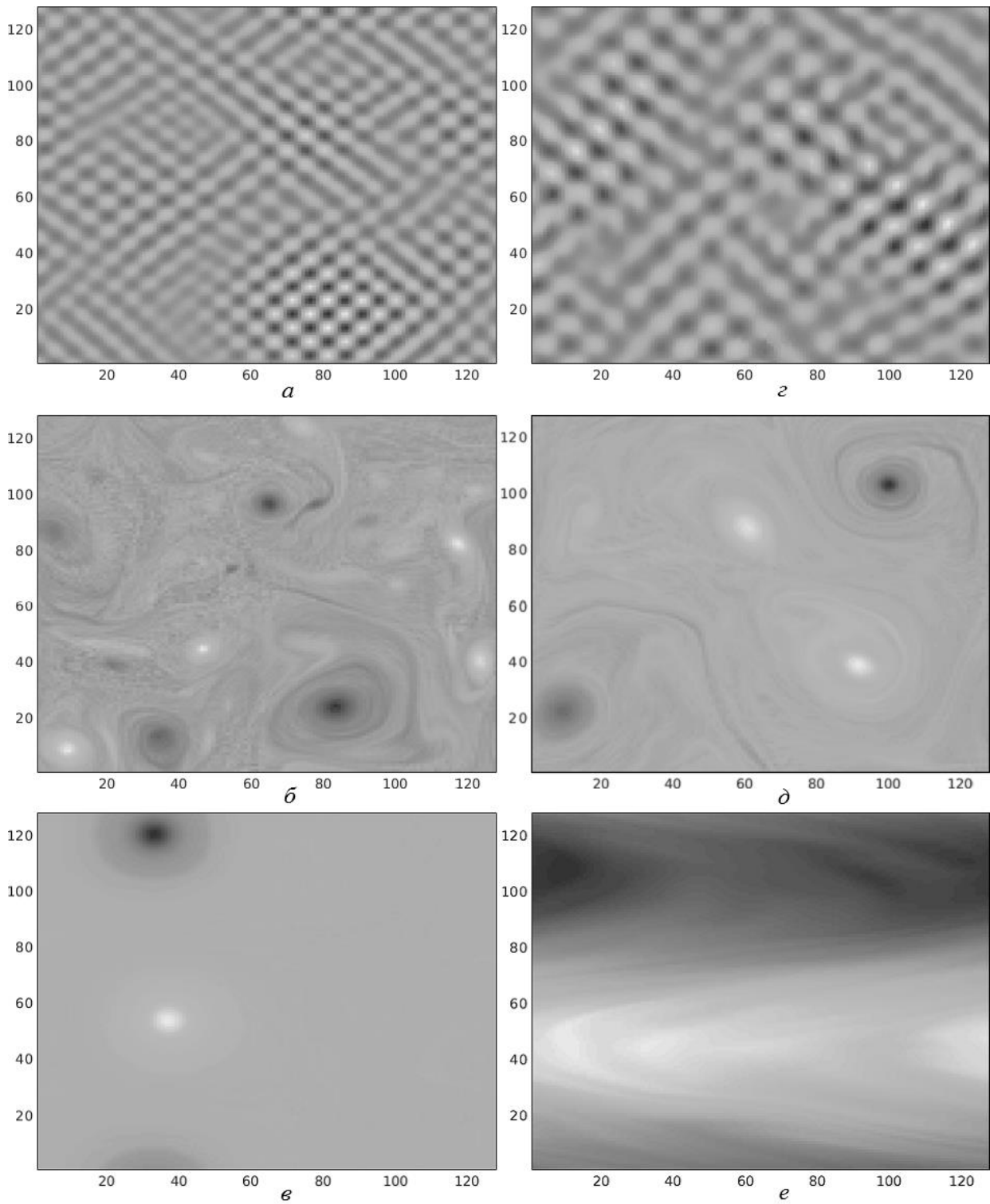


Рис. 1. Функция тока в начальный момент времени и завихрѐнность в промежуточном и стационарном состоянии для различных начальных условий. a – функция тока при $t = 0$ без силы Кориолиса; b – завихрѐнность при $t = 0,57$; c – завихрѐнность при $t = 3,98$; d – функция тока при $t = 0$ при наличии силы Кориолиса; e – завихрѐнность при $t = 1,24$; f – завихрѐнность при $t = 16,49$;