УДК 537.84

Метод быстрых искажений для изучения турбулентности плазмы в приближении холловской магнитной гидродинамики

С.И. Сафонов[2], А.С. Петросян[1,2]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)
[2]Институт космических исследований РАН

Работа посвящена исследованию характеристик турбулентного течения астрофизической плазмы в приближении холловской магнитной гидродинамики методом быстрых искажений.

Теория быстрых искажений турбулентности является методом линейного анализа турбулентных течений, изменяющихся под действием крупномасштабных градиентов скорости потока, магнитного поля, массовых сил. Основное предположение этой теории состоит в том, что поле турбулентности реагирует на некоторый внешний эффект настолько быстро, что инерция и силы вязкости, действующие на течение, не приводят к изменениям в распределении скоростей. Таким образом, предполагается, что реакция на этот внешний эффект происходит в интервале времени малом по сравнению со временем вырождения турбулентности. Это делает задачу линейной и позволяет записать замкнутые уравнения для вторых моментов турбулентного течения.

В работе теория быстрых искажений применяется для несжимаемых однородных турбулентных течений плазмы в приближении холловской магнитной гидродинамики при наличии внешнего магнитного поля и крупномасштабного сдвига скорости. На рассматриваемых временах нелинейными членами в полученных уравнениях для флуктуаций скорости и магнитного поля можно пренебречь, оставив только слагаемые, описывающие воздействие среднего поля на флуктуации. В силу однородности турбулентности флуктуации магнитного поля, поля скорости и давления можно представить их преобразованиями Фурье.

Получена замкнутая система уравнений, позволяющая по известным начальным условиям рассчитать значения флуктуаций поля скорости и напряженности магнитного поля в любой точке пространства для любого момента времени в модели холловской магнитной гидродинамики

$$\begin{cases} \dfrac{du_i'}{dt} = -S_{il}u_l' + \dfrac{2k_ik_n}{k^2}S_{nl}u_l' + ik_lB_lb_i' - \nu k^2u_i' \\ \dfrac{db_i'}{dt} = S_{il}b_l' + ik_lB_lu_i' + \epsilon_Hk_lB_l\epsilon_{ijk}k_jb_k' - \eta k^2b_i' \end{cases}$$

и в квазистатическом приближении холловской магнитной гидродинамики

$$\frac{du_i'}{dt} = -S_{il}u_l' + \frac{2k_ik_n}{k^2}S_{nl}u_l' + \frac{\gamma^2}{\eta k^2}\frac{\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}}{1-\left(\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}\right)^2}i\epsilon_{ilk}\frac{k_l}{k}u_k' - \left(\nu\chi^2 + \frac{\gamma^2}{\eta k^2}\frac{1}{1-\left(\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}\right)^2}\right)u_i'$$

где $S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ – линейный сдвиг скорости, $\boldsymbol{B}$ – внешнее магнитное поле, ϵ_H – параметр Холла, волновой вектор изменяется по закону $\frac{dk_i}{dt} = -\lambda_{ji}k_j$ для сохранения однородности.

Получены динамические соотношения для вторых моментов турбулентности в холловской магнитной гидродинамике и в квазистатическом приближении

$$\begin{cases} \dfrac{d\Phi_{ij}}{dt} = -S_{jl}\Phi_{il} - S_{il}\Phi_{lj} + \dfrac{2k_j k_n}{k^2} S_{nl}\Phi_{il} + \dfrac{2k_i k_n}{k^2} S_{nl}\Phi_{lj} - ik_l B_l\left(C_{ij}^{ub} - C_{ji}^{ub*}\right) - 2\nu k^2 \Phi_{ij} \\ \dfrac{d\Phi_{ij}^{\text{B}}}{dt} = -S_{jl}\Phi_{il}^{\text{B}} - S_{il}\Phi_{lj}^{\text{B}} + ik_l B_l\left(C_{ij}^{ub} - C_{ji}^{ub*} - i\epsilon_H \epsilon_{jmn} k_m \Phi_{in}^{\text{B}} - i\epsilon_H \epsilon_{imn} k_m \Phi_{nj}^{\text{B}}\right) - 2\eta k^2 \Phi_{ij} \\ \dfrac{d\text{C}_{ij}^{\text{ub}}}{dt} = -S_{jl}\text{C}_{il}^{\text{ub}} - S_{il}\text{C}_{lj}^{\text{ub}} + \dfrac{2k_i k_n}{k^2} S_{nl}\text{C}_{lj}^{\text{ub}} - ik_l B_l\left(\Phi_{ij}^{B} - \Phi_{ij}\right) + \epsilon_H k_l B_l \epsilon_{jmn} k_m C_{in}^{ub} - (\nu + \eta)k^2 \text{C}_{ij}^{\text{ub}} \end{cases}$$

и в квазистатическом приближении

$$\frac{d\Phi_{ij}}{dt} = -S_{jl}\Phi_{il} - S_{il}\Phi_{lj} + \frac{2k_j k_n}{k^2} S_{nl}\Phi_{il} + \frac{2k_i k_n}{k^2} S_{nl}\Phi_{lj} + \frac{\gamma^2}{\eta k^2}\frac{\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}}{1-\left(\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}\right)^2} i\epsilon_{ilk}\frac{k_l}{k}\Phi_{kj}$$

$$-\frac{\gamma^2}{\eta k^2}\frac{\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}}{1-\left(\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}\right)^2} i\epsilon_{jlk}\frac{k_l}{k}\Phi_{ik} - \left(2\nu k^2 + \frac{2\gamma^2}{\eta k^2}\frac{1}{1-\left(\frac{\epsilon\gamma}{\eta k}\right)^2}\right)\Phi_{ij}$$

Получены уравнения для гидродинамической, перекрестной и токовой спиральности.

$$\frac{dH}{dt} = -i\varepsilon_{ijm}\lambda_{il}\chi_j\Phi_{lm} - i\varepsilon_{ijm}\varepsilon_{ikl}\Omega_k\chi_j\Phi_{lm} - 2\varepsilon_{ijk}k_j k_l B_l \text{H}_{ki}^{\text{cross}} - i\varepsilon_{ijm}\lambda_{lj}\chi_l\Phi_{im} - i\varepsilon_{ijm}\lambda_{ml}\chi_j\Phi_{il} + i\chi_l\Omega_l\Phi_{ii} - 2\nu k\chi^2 H$$

$$\frac{dH^{cross}}{dt} = -M_{in}\lambda_{nl}\text{H}_{li}^{\text{cross}} + \lambda_{il}\text{H}_{il}^{\text{cross}} - P_{in}\varepsilon_{nkl}\Omega_k\text{H}_{li}^{\text{cross}} + i\chi_l B_l\left(\Phi_{ii} + \Phi_{ii}^{\text{b}}\right) - (\nu + \eta)\chi^2 H^{cross}$$

$$\frac{dH^{current}}{dt} = i\varepsilon_{ijk}\chi_j\lambda_{il}\Phi_{lk}^{b} + i\varepsilon_{ijk}\chi_j\lambda_{kl}\Phi_{li}^{b} - \varepsilon_{ijk}\chi_j\chi_l B_l(\text{H}_{ik}^{\text{cross}} + \text{H}_{ki}^{\text{cross}}) - 2\eta\chi^2 H^{current}$$

Показано влияние эффекта Холла на энергетические и топологические характеристики турбулентности в диссипативном интервале.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Batchelor G.K.* The Theory of Homogeneous Turbulence. Cambridge, UK, Cambridge Univ. Press, 1953
2. *Hunt J.C.R, Carruthers D.J.* Rapid distortion theory and the “problems” of turbulence, J. Fluid Mech., 1990, 212:497–532