

Самоусреднение эффективных параметров в слоистой системе

Р.С. Пузько^{1,2}, А.М. Мерзликин^{1,2}

¹Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

Задача о распространении электромагнитных волн через неоднородную среду традиционно привлекает внимание исследователей [1-4]. Однако, решение этой проблемы для композитных материалах с большим количеством включений приводит к огромному числу вычислений. Сложность расчета рассеяния электромагнитных волн на подобных структурах привела к идее описания таких структур как однородных, но обладающих некоторыми эффективными параметрами. Задача нахождения эффективных параметров называется задачей гомогенизации.

Введение эффективных параметров для статики и динамики существенно отличается. В статике уравнения Максвелла разделяются на магнитную пару уравнений и электрическую. Поэтому имеет смысл вводить эффективные диэлектрическую и магнитную проницаемости. При этом, введение эффективного адмитанса или показателя преломления не имеет смысла, так как магнитные и электрические поля независимы друг от друга.

Однако, этот подход неверен в случае динамики, поскольку электрическое поле связано с магнитным (в случае плоской волны - адмитансом). Для периодической слоистой среды эффективный адмитанс, восстановленный через коэффициенты отражения и прохождения, сильно зависит от толщины системы. Таким образом, он скорее описывает конкретную систему чем среду [5]. В то же время в длинноволновом пределе в работе [5] было показано, что можно ввести эффективный показатель преломления n_{eff} . С увеличением длины системы n_{eff} стремится к константе, т.е. прохождение электромагнитной волны через слоистую систему может быть описано с помощью эффективного показателя преломления.

Данная работа посвящена исследованию свойств n_{eff} слоистой системы. Для выявления границ гомогенизации показателя преломления в неупорядоченной структуре, было исследовано прохождение электромагнитной волны через одномерную неупорядоченную систему при различных соотношениях параметров (длина волны, масштаб неоднородности, толщина системы и длина локализации).

Показано, что n_{eff} является самоусредняющейся величиной (её действительная и мнимая части асимптотически имеют гауссово распределение, дисперсия которого стремится к нулю по мере увеличения толщины системы) при любом соотношении длины волны и толщины слоев как для периодической, так и для случайной системы.

Показано, что соответствующий эффективный волновой вектор удовлетворяет соотношениям Крамерса-Кронига, из которых вытекает теорема Хуберда-Джонсона-Таулесса [6,7]. Исследована длина стохастизации фазы в слоистой среде. Численно и аналитически исследована частотная зависимость длины стохастизации фазы.

Литература

[1] Reuss, A. (1929). Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9(1), 49-58.

[2] Voigt, W. (1908). *Lehrbuch der Kristallphysik* (Teubner, Leipzig, 1928).

[3] Rytov, S. M. (1956). Acoustic properties of a finely layered medium. *Akust. Zh*, 11, 71-83.

[4] Chebykin, A. V., Orlov, A. A., Vozianova, A. V., Maslovski, S. I., Kivshar, Y. S., & Belov, P. A. (2011). Nonlocal effective medium model for multilayered metal-dielectric metamaterials. *Physical Review B*, 84(11), 115438.

[5] Vinogradov, A. P., & Merzlikin, A. V. (2002). On the problem of homogenizing one-dimensional systems. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 94(3), 482-488.

[6] Thouless, D. J. (1972). A relation between the density of states and range of localization for one dimensional random systems. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 5(1), 77.

[7] Herbert, D. C., & Jones, R. (1971). Localized states in disordered systems. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 4(10), 1145.