

Вариационная ассимиляция данных в проблемах восстановления граничных условий на «жидких» (открытых) границах

*Т.О. Шелопут*¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики Российской академии наук

Настоящая работа посвящена исследованию некоторых обратных задач и задач вариационной ассимиляции данных наблюдений, возникающих при моделировании гидротермодинамики в акваториях с «жидкими» границами. Под «жидкими» (открытыми) границами акватории в данной работе подразумеваются границы типа «вода-вода», например, южные границы Индийского океана, северные границы Баренцева, Карского морей, границы, проходящие по проливам, устьям рек и т.д. При этом сама поверхность акватории (которую можно также рассматривать как «жидкую» границу) в число «жидких» границ не включается. В основе данной работы лежит общая методология исследования и решения обратных задач и задач оптимального управления, изложенная в [1].

Проблема задания граничных условий на «жидких» границах является одной из важных проблем современной геофизики. Данная задача является одним из этапов решения актуальной на настоящий момент проблемы восстановления и прогноза фактического состояния морской среды на заданный временной интервал. Точность учета граничных условий существенно влияет на соответствие вычисляемых полей течений, температуры и солености наблюдаемым как в климатических задачах, так и в задачах оперативного прогноза.

Результаты данной работы тесно связаны с результатами работы [2], в которой сформулирован класс задач вариационной ассимиляции данных наблюдений, возникающих при моделировании гидрофизических полей в акваториях с «жидкими» границами. Для дискретизации модели по времени используется метод расщепления, позволяющий рассматривать задачи последовательно, привлекая на каждом шаге метода расщепления соответствующие изменяющимся переменным данные. Таким образом, на каждом интервале времени задача представляет собой задачу минимизации функционала:

$$J_{\alpha, \gamma}(V, \phi) = \sum_{k=1}^K J_{\alpha, \gamma}^{(k)}(V, \phi) = \sum_{k=1}^K (J_{\alpha}^{(k)}(V) + J_{\gamma}^{(k)}(\phi)),$$

$$\inf_{V^k} J_{\alpha, \gamma}^{(k)}(V^k, \phi^k), \quad k = 1, \dots, K$$

где K - число временных интервалов, V - искомое граничное условие (управление), ϕ - вектор-функция состояния моря (океана), α - параметр регуляризации (вектор или число), γ - некоторый весовой параметр (вектор или число).

Также в работе [2] приведено обоснование метода расщепления, общая формулировка класса задач вариационной ассимиляции данных наблюдений в акваториях с «жидкими» границами и теоретическое исследование некоторых из сформулированных задач в определенных предположениях.

Как указано выше, используемый метод расщепления (при наличии требуемых данных наблюдений) позволяет свести четырехмерную задачу ассимиляции к последовательности более простых задач. Некоторые из этих задач были рассмотрены в ряде отечественных и зарубежных работ [3,4]. В рамках настоящей работы были исследованы следующие задачи:

- задача ассимиляции данных об уровне (для уравнений мелкой воды);
- задача ассимиляции данных о температуре (солености) в трехмерном случае.

Было показано, что эти задачи однозначно и плотно разрешимы в случае, когда данные наблюдений заданы на «жидкой границе». Также условия однозначной и плотной разрешимости выполнены и в некоторых других случаях, но при удовлетворении определенным ограничениям на параметры задачи. Были предложены итерационные алгоритмы решения задач, которые являются сходящимися при выполнении условий однозначной и плотной разрешимости. Также

были проведены численные эксперименты, подтвердившие полученные теоретические результаты. В частности, был проведен эксперимент, в котором восстанавливались граничные условия на «жидкой» границе Финского залива, а данными наблюдений являлись данные, полученные путем расчета прямой модели динамики Балтийского моря. Такой эксперимент позволил оценить разницу между «псевдоданными» наблюдений (прямой расчет) и результатами использования процедуры ассимиляции данных.

Основной теоретический материал опубликован в работах [5,6].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00548а).

Литература

1. *Агошков В.И.* Методы оптимального управления и сопряженных уравнений в задачах математической физики. – М.: ИВМ РАН, 2003. 258 с.
2. *Агошков В.И.* Избранные труды. В 5 т. Т.3. Методы решения обратных задач и задач вариационной ассимиляции данных наблюдений в проблемах крупномасштабной динамики океанов и морей / В.И. Агошков. - М.: ИВМ РАН, 2016. 192 с.
3. *Дементьева Е.В., Карпова Е.Д., Шайдуров В.В.* Восстановление граничной функции по данным наблюдений для задачи распространения поверхностных волн в акватории с открытой границей // Сибирский журнал индустриальной математики. 2013. Т.16, №.1. С. 10-20.
4. *Gejadze I. Yu., Copeland G.J.M.* Open boundary control problem for Navier-Stokes Equations Including a free surface: data assimilation // Computers and Mathematics with Applications. 2006. No. 52. P. 1269-1288.
5. *Agoshkov V.I., Sheloput T.O.* The study and numerical solution of the problem of heat and salinity transfer assuming 'liquid' boundaries // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2016. Vol. 31, No. 2. P. 71-80
6. *Агошков В.И., Гребенников Д.С., Шелопут Т.О.* Исследование и численное решение одной обратной задачи моделирования циркуляции в акваториях с «жидкими» границами // Математические заметки СВФУ. 2015. Т. 22, № 2. С. 3-15.