

Золотое правило накопления для одной эндогенной производственной функцииН.Н. Оленёв^{1,2,3}¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²Вычислительный центр им. А.А. Дородницына, ФИЦ ИУ РАН³Российский университет дружбы народов

Золотое правило накопления капитала хорошо известно в математической экономике и входит в стандартные курсы по экономическому росту. Его формулировку относят к статье 1961 г. Эдмунда Феллпса [1], хотя и до этой работы и после известные экономисты рассматривали решение этой задачи [2-4], но после [1] за этим решением укрепилось название «Золотого». Золотое правило накопления капитала устанавливает условие, при котором фондовооруженность труда (запас капитала на одного рабочего) максимизирует среднее потребление (потребление на одного рабочего) в состоянии устойчивого экономического роста. В простой модели без научно-технического прогресса Золотое правило сводится к тому, что предельная производительность капитала равна сумме темпа роста населения и темпа деградации капитала. Полное решение задачи оптимального управления на оптимальный экономический рост для классической производственной функции представлено в [5].

В [6] на основе агрегирования исходного микроописания производства получен новый класс производственных функций, в котором в производственную функцию наряду с другими параметрами входит непосредственно темп роста экономики, что делает задачу поиска оптимального накопления (или оптимального темпа роста) интереснее даже при отсутствии научно-технического прогресса. Производственными факторами в производственной функции [5] являются суммарный труд и суммарная производственная мощность.

В [7-8] дано численное представление эндогенной производственной функции типа [6], которая наряду с темпом роста экономики и темпом деградации мощностей содержит максимальный возраст производственных мощностей. Таким образом, мощности выходят из производственного процесса не только за счет деградации, но и за счет их демонтажа при превышении максимального возраста (морального износа).

В настоящей работе получено аналитическое выражение для производственной функции [7-8], справедливое в режиме устойчивого сбалансированного роста:

$$Y(t) = M(t)f(t, x), \quad (1)$$

$$f(t, x) = \frac{\sigma}{(\gamma + \mu)} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(\gamma - \varepsilon\sigma)x}{\sigma v(t)} \right]^{\frac{(\gamma + \mu)}{(\gamma - \varepsilon\sigma)}} \right\}, \quad (2)$$

где

$$\sigma = \frac{(\gamma + \mu)}{(1 - e^{-(\gamma + \mu)A})}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{v(t)} \frac{dv}{dt} = -\varepsilon \frac{(\gamma + \mu)}{(1 - e^{-(\gamma + \mu)A})}, \quad (4)$$

В (1) $Y(t)$ – выпуск продукции (валовой внутренний продукт) в году t , $M(t)$ – суммарная производственная мощность (максимально возможный выпуск продукции), $f(t, x)$ – загрузка мощности (удельная производственная функция), $x = L(t)/M(t)$ – средняя трудоемкость существующих мощностей. Здесь $L(t)$ – число занятых в экономике (суммарный труд). Суммарная мощность в режиме сбалансированного роста $M(t) = M_0 e^{\gamma t}$, где γ – темп экономического роста. Из-за ограничения мощностей по возрасту A , они выбывают не только за счет деградации с темпом μ , но и за счет демонтажа мощностей, превысивших предельный возраст A :

$$\frac{dM}{dt} = -\mu M(t) + \sigma(M(t) - M(t - A)e^{-\mu A}), \quad (5)$$

где $\sigma = J(t)/M(t)$ – доля новых мощностей. Здесь $J(t)$ – инвестиции (новые мощности).

В выражении для производственной функции (2) параметр σ в режиме сбалансированного роста можно исключить в соответствии с (3). В выражение для производственной функции наряду с описанными выше параметрами и фазовой переменной x входит функция времени $\nu(t)$ – наименьшая трудоемкость (характеристика новых технологий), которая уменьшается вследствие научно-технического прогресса (4) с темпом ε [6].

С полученной в настоящей работе производственной функцией, включающей темп экономического роста и предельный возраст, получены новые результаты в задаче поиска оптимального экономического роста в соответствии с Золотым правилом.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-11-00432).

Литература

1. *Phelps E.* The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen. // The American Economic Review. 1961. V.51, No.4. P. 638-643.
2. *Solow R.M.* A Contribution to the Theory of Economic Growth. // The Quarterly Journal of Economics. 1956. V.70, No.1. P. 65-94.
3. *Столерю Л.* Равновесие и экономический рост (принципы макроэкономического анализа). Пер. с фр. – М.: Статистика, 1974. 472 с.
4. *Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х.* Экономический рост. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. 824с.
5. *Лобанов С.Г.* К теории оптимального экономического роста. // Экономический журнал ВШЭ. 1999. Т.3. № 1. С. 28-41.
6. *Оленев Н.Н., Петров А.А., Поспелов И.Г.* Модель процесса изменения мощности и производственная функция отрасли хозяйства. // Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах. – М.: Наука. 1986. С. 46-60.
7. *Оленев Н.Н.* Идентификация параметров численного представления одной эндогенной производственной функции // X Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий", ЭКОМОД -2016. Сб. материалов конф. /Под ред. И.Г. Поспелова, А.В. Шатрова. Киров: ВятГУ, 2016. С.190-199.
8. *Оленев Н.Н.* Эндогенная производственная функция в оценке реального сектора экономики // VIII Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2016), 17-22 октября 2016. Труды. – М.: ФИЦ ИУ РАН, 2016. Том.2. С.99-100.