

## Развитие консервативного проекционного метода вычисления интеграла столкновений в уравнении Больцмана

Игнатов Ф.С.<sup>1,2</sup>, Гришина В.Г.<sup>2</sup>, Самонов А.С.<sup>2</sup>, Рябченков В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт, Долгопрудный, МО

<sup>2</sup> Национальный исследовательский центр Курчатовский институт, Москва

<sup>3</sup> ВЦ РАН Информатика и управление, Москва

В работе развиваются математические, алгоритмические и программные подходы вычисления интеграла столкновений для газовой смеси двухточечным консервативным методом [1,2], и осуществляется проверка корректности вычисления данного интеграла. Моделирование газовой смеси ведется на основе решения кинетического уравнения Больцмана [3]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{\xi} \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} = I(\vec{\xi}, \vec{x}, t)$$

Интеграл столкновений имеет следующий вид:

$$I(\vec{\xi}, \vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{b_{max}} (f'f'_1 - ff_1) g b db d\epsilon d\vec{\xi}$$

Осуществляется одномерный пространственный перенос вещества вдоль одной координатной оси, имеющей диффузные граничные условия [4]. Пространство скоростей является трёхмерным. Узлы интегрирования берутся из сеток Коробова [5]. Расчет столкновений осуществляется для потенциала взаимодействия твёрдых сфер.

В начале создаётся трехмерная равномерная скоростная сетка симметричная относительно начала координат. Скорости берутся из диапазона от -4.8 до 4.8, который разбивается на 20 равных частей.

Далее, используя сетки Коробова, создаются 8-мерные узлы интегрирования – две трёхмерные скорости для сталкивающихся частиц, прицельное расстояние и азимутальный угол. Получившиеся значения скоростей заменяются значениями скоростей ближайших к ним узлов скоростной сетки. Затем отсеиваются узлы, лежащие за пределами скорости обрезания, которая равна 4.8, и узлы, для которых относительная скорость равна 0.

Далее вычисляются разлётные скорости частиц. Для каждой пары разлётных скоростей находятся интерполирующие узлы скоростной сетки. Для этого вычисляется энергия частиц, и, в качестве интерполирующих, берутся ближайшие узлы скоростной сетки, в одном из которых энергия больше, а в другом – меньше вычисленной. Затем вычисляется коэффициент интерполяции.

Проверка закона сохранения импульса частиц показывает, что он выполняется с машинной точностью. При задании скоростного распределения газа, показанного на рис. 1, оно приходит к максвелловскому распределению, что является физически верным.

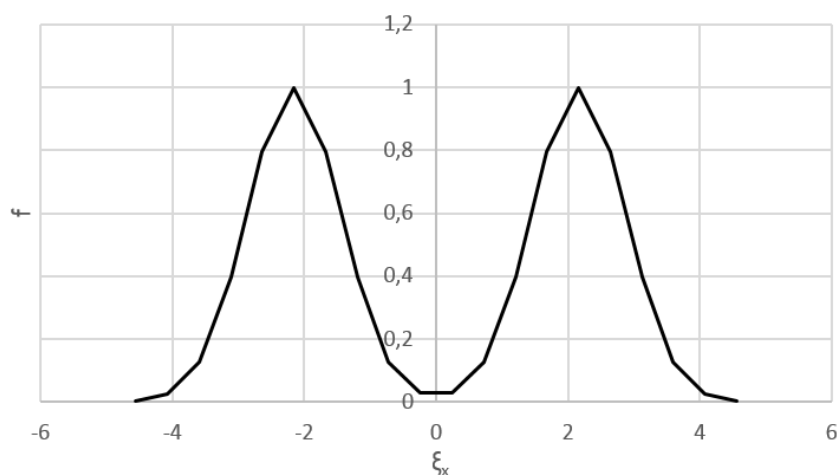
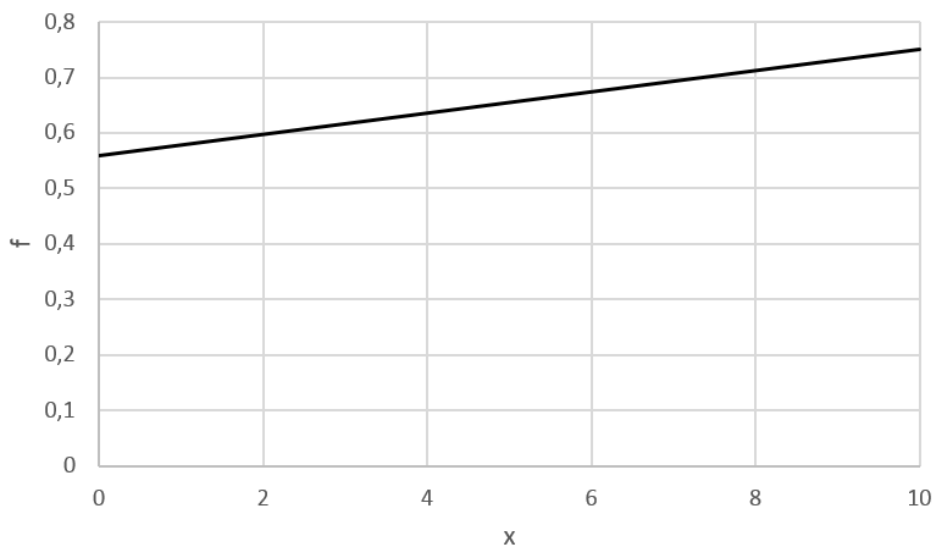


Рис. 1. Распределение концентрации  $f$  газа вдоль оси скоростной сетки  $\xi_x$

При задании граничных диффузных условий с разной температурой на границах,



пространственное распределение газа приходит к виду, изображенному на рис. 2.

Рис. 2. Пространственное распределение концентрации  $f$  газа

В дальнейшем планируется осуществить ускорение расчета интеграла путем подключения SSE регистров. Скоростную сетку планируется сделать неравномерной.

### Литература

1. *Cheremisin, F.G.* A Conservative Method for Calculation of the Boltzmann Collision Integral. *Doklady Physics*. 1997. V. 42. N. 11. pp. 607-610.
2. *F. G. Tcheremissine.* Solution to the Boltzmann Kinetic Equation for High-Speed Flows *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2006, Vol. 46, No. 2, pp. 315-329.
3. *М.Н. Коган.* Динамика разреженного газа. Москва. Изд. «Наука» 1967 г. стр. 37.

4. *Аникин Ю.А.* Введение в основы разностных методов на примере уравнения газовой адвекции. Москва. МФТИ(ГУ) 2007 г. стр. 25-32.
5. *Коробов Н.М.* Тригонометрические суммы и их приложения. Москва. Изд. “Наука” 1989 г.