

Введение

В настоящее время при создании цифровых систем связи широкое распространение получила техника ортогонального частотного разделения каналов OFDM, имеющая высокую спектральную эффективность и помехоустойчивость [1]. Высокоскоростной поток данных при этом разбивается на большое число низкоскоростных, каждый из которых передается на своей поднесущей частоте. Введение защитного интервала в подобной схеме позволяет эффективно бороться с основными проявлениями многолучевого распространения. Для коррекции битовых ошибок на приемной стороне применяется канальное кодирование и всевозможные схемы перемежения данных, которые дополнительно повышают устойчивость работы OFDM – системы.

Использование сигнальных созвездий больших порядков для модуляции поднесущих обеспечивает высокую скорость в передаче данных. При этом повышаются требования к условиям распространения, а также возникает необходимость в высокоточных алгоритмах оценивания искажений сигнала. Цифровым системам связи свойственен пороговый эффект, когда система работает на грани корректирующей способности и возможности качественного воспроизведения передаваемой информации. Адаптивная модуляция и кодирование устраняют данную проблему, однако такой подход требует оценки близости к порогу срыва, для нахождения которого необходимо знание мощности аддитивного шума. Оценка мощности аддитивных искажений может использоваться также при выборе оптимального алгоритма помехоустойчивого декодера, демодуляции с мягким выходом или в итерационных алгоритмах оценки канальной характеристики. В задачах метрологии значение дисперсии аддитивного шума применяется при расчете метрик качества принятого сигнала, таких как отношение сигнал–шум SNR или коэффициент модуляционных ошибок MER.

Таким образом, разработка и исследование алгоритмов оценки мощности аддитивного шума при приеме OFDM – радиосигналов является актуальной задачей, решению которой и будет посвящена данная работа.

Рассматриваемая модель

Упрощенная структурная схема OFDM – системы представлена на рис.1. Для рассеивания энергии и уменьшения пик–фактора выходного сигнала входной поток скремблируется с псевдослучайной последовательностью, после чего поступает на вход блока помехоустойчивого кодирования для возможности коррекции на приемной стороне. Группы помехозащищенных бит отображаются на комплексные символы – ячейки $X(k) \in \mathbb{C}$ в соответствии с выбранным типом модуляционного созвездия, имеющего Q различных амплитудных уровней $R = \{R_1, R_2, \dots, R_Q\}$ и связанных с ними вероятностей $W = \{w_1, w_2, \dots, w_Q\}$. Значения параметров Q , R и W для некоторых типов модуляционных созвездий описаны в табл. 1. Можно полагать, что $c_2 = \sum_{i=0}^{Q-1} w_i R_i^2 = 1$ – это соответствует операции нормализации точек сигнального созвездия на стороне передатчика.

Различные схемы перемежения данных могут быть использованы для уменьшения влияния пакетных ошибок и повышения устойчивости работы OFDM – системы к наличию временных и частотно-селективных замираний в канале связи. Полученные комплексные модуляционные символы поступают на вход преобразователя последовательного потока в параллельный – формируются частотные отсчеты $X_m(k)$ каждого m – ого OFDM – символа. Для преобразования во временную область применяется обратное дискретное преобразование Фурье ОДПФ:

$$s_m(n) = IFFT\{X_m(k)\} = \sum_{k=0}^{N_{FFT}-1} X_m(k) e^{\frac{j2\pi kn}{N_{FFT}}}, \quad n = 0, 1, \dots, N_{FFT} - 1 \quad (1)$$

где N_{FFT} – длина ДПФ;

Для защиты от межсимвольной интерференции ISI к началу каждого OFDM – символа добавляется защитный интервал, который представляет собой циклическое повторение части последних временных отсчетов:

$$s_m^T(n) = \begin{cases} s_m(n + N_{FFT}), & n = -N_{CP}, -N_{CP} - 1, \dots, -1 \\ s_m(n), & n = 0, 1, \dots, N_{FFT} - 1 \end{cases}, \quad (2)$$

где N_{CP} – длительность защитного интервала в отсчетах;

Дискретный OFDM–сигнал, являющийся последовательностью нескольких M OFDM–символов преобразуется в аналоговый вид с помощью ЦАП и через усилитель подается на выходную антенну.

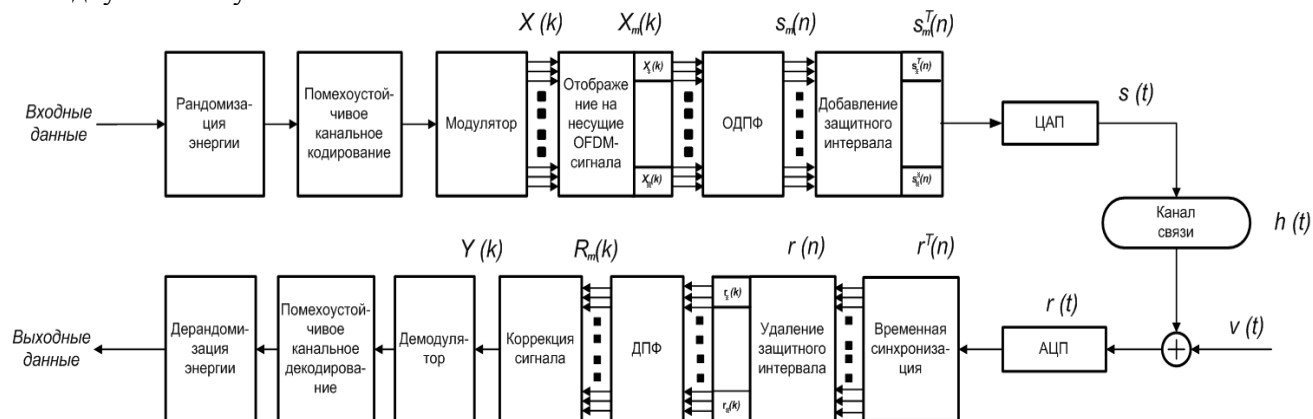


Рис.1. Упрощенная схема OFDM-системы

Канал передачи можно рассматривать как фильтр с некоторой конечной импульсной характеристикой $h(t, \tau)$. На входе приемной антенны к сигналу добавляется аддитивный тепловой шум $v(t)$:

$$r(t) = h(t, \tau) \otimes s(t) + v(t), \quad (3)$$

где \otimes – операция свертки;

После дискретизации устройством АЦП и временной синхронизации, для каждого OFDM–символа производится удаление защитного интервала и с помощью прямого дискретного преобразования Фурье БПФ находятся значения принятых комплексных ячеек $Y(k)$. Дополнительная коррекция $R(k) \rightarrow Y(k)$ предназначена для устранения фазовых и частотных искажений поднесущих, а блок помехоустойчивого декодера – для восстановления исходной информации.

В данной работе канал связи предполагается частотно–неселективным и квазистационарным в ходе приема всего блока данных. Считается также, что на приемной стороне произведены тактовая и частотная синхронизации. В таком рассмотрении значения принятого сигнала в частотной области–комплексных модуляционных символов $\{Y(k)\}$ можно считать равными:

$$Y(k) = \sqrt{S} X(k) + \sqrt{P_N} V(k), \quad (4)$$

где S – коэффициент усиления канала по мощности;

P_N – мощность аддитивного шума;

$V(k)$ – отсчеты нормированного аддитивного белого гауссовского шума AWGN;

Постановка задачи

Существующие методы оценки мощности аддитивного шума в частотной области можно разделить условно по различным критериям [2]. В зависимости от того, известна ли передаваемая информация на стороне приемника можно выделить методы с использованием эталонных последовательностей (data-aided methods) и слепые методы (non data-aided methods). Слепые способы оценки являются более приоритетными, так как при этом нет необходимости в пилотных символах, использование которых снижает эффективность системы связи. В противоположность способам, основанным на анализе синфазных и квадратурных компонент принятых ячеек (IQ – based methods), для которых необходим когерентный прием сигнала, можно поставить способы,

основанные на анализе распределения амплитуд (EVB – based methods). Последние применимы при отсутствии точной временной и фазовой синхронизаций и могут быть использованы также для определения вида используемого модуляционного сигнального созвездия.

Распределение значений принятых комплексных символов $\{Y(k)\}$ и их амплитуд для разных типов модуляции представлено на рис.2.

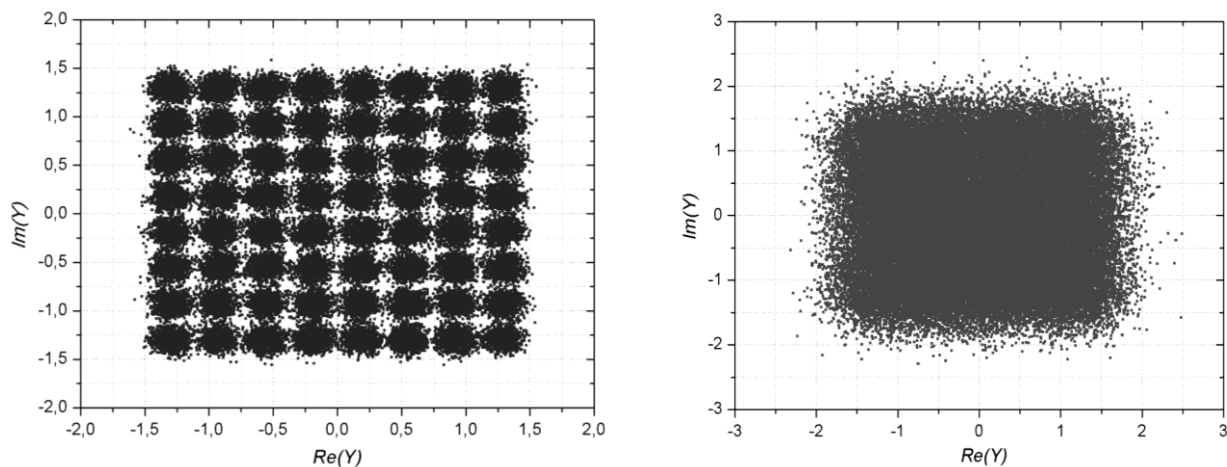


Рис.2. а) Сигнальное созвездие принятых комплексных ячеек $\{Y(k)\}$ (когерентный прием: тип созвездия – 64-QAM, отношение сигнал-шум SNR = 18.4 дБ)

б) Сигнальное созвездие принятых комплексных ячеек $\{Y(k)\}$ (когерентный прием: тип созвездия – 16-QAM, отношение сигнал-шум SNR = 5.4 дБ)

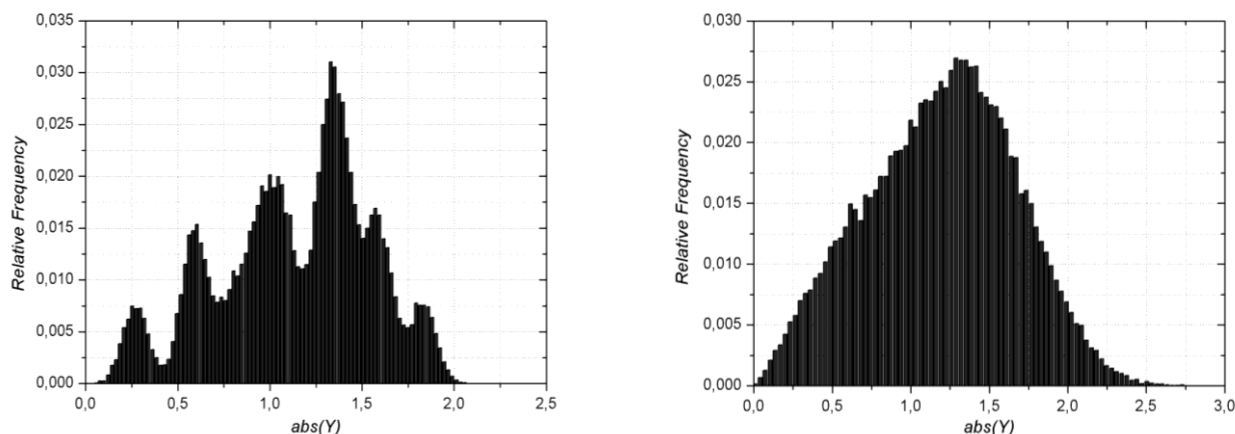


Рис.3. а) Гистограмма распределения амплитуд принятых комплексных ячеек $\{Y(k)\}$ (тип созвездия – 64-QAM – смесь $Q = 9$ частных распределений Райса, отношение сигнал-шум SNR = 18.4 дБ)

б) Гистограмма распределения амплитуд принятых комплексных ячеек $\{Y(k)\}$ (тип созвездия – 16-QAM – смесь $Q = 3$ частных распределений Райса, отношение сигнал-шум SNR = 5.4 дБ)

Исходя из вышесказанного, поставлена следующая задача: в принятой модели канала (4) разработать и исследовать алгоритм оценки мощности аддитивного шума по значениям амплитуд принятых комплексных модуляционных символов $\{|Y(k)|\}$.

Алгоритмы слепой оценки мощности аддитивного шума

В принятой модели канала распределение амплитуд принятых комплексных символов $\{|Y(k)|\}$ можно рассматривать как смесь конечного числа распределений Райса [2]. Задача оценки неизвестных параметров смеси – коэффициента усиления канала по мощности S и мощности шума P_N относится к математической статистике и носит название разделение смеси вероятностных распределений [3]. Совокупность значений амплитуд принятых модуляционных

символов $\{|Y(k)|\}$ представляет собой эмпирическую выборку из генерального распределения с суммарной функцией плотности вероятности:

$$f_{ГЕН}(S, P_N, |Y|) = \sum_{i=0}^{Q-1} w_i f_i(S, P_N, R_i, |Y|), \quad (5)$$

$$f_i(S, P_N, R_i, |Y|) = \frac{2|Y|}{P_N} \exp\left(-\frac{(|Y|^2 + S R_i^2)}{P_N}\right) I_0\left(\frac{2|Y|\sqrt{S}R_i}{P_N}\right),$$

где Q – число компонент смеси, равное количеству амплитудных уровней сигнального созвездия;

$f_i(S, P_N, R_i, |Y|)$ – функция плотности распределения Райса с параметрами $\sqrt{S}R_i$ и P_N ;

$I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

В работе [2] для решения задачи разделения смеси вероятностных распределений предлагается использовать классический метод моментов. Идея данного подхода заключается в том, что к статистическим выборочным моментам распределения смеси приравниваются теоретические моменты, которые являются функциями неизвестных параметров. Решением полученной системы уравнений является искомая оценка неизвестных параметров (\hat{S}, \hat{P}_N) .

Табл.1. Описание параметров (Q, R, W) для некоторых типов сигнальных созвездий

Тип модуляционного созвездия, C	Количество уровней, Q	Значения уровней амплитуды, R	Вероятности амплитудных уровней, W
M-PSK	1	$R = 1$	$w = 1$
16-QAM	3	$R_1 = \sqrt{\frac{2}{10}}, R_2 = 1, R_3 = \sqrt{\frac{18}{10}}$	$w_1 = \frac{1}{4}, w_2 = \frac{1}{2}, w_3 = \frac{1}{4}$
16-APSK	2	$\frac{R_2}{R_1} = 2.7 : R_2 = 1.129, R_1 = 0.418$	$w_1 = \frac{1}{4}, w_2 = \frac{3}{4}$
64-QAM	9	$R_1 = \sqrt{\frac{2}{42}}, R_2 = \sqrt{\frac{10}{42}}, R_3 = \sqrt{\frac{18}{42}},$ $R_4 = \sqrt{\frac{26}{42}}, R_5 = \sqrt{\frac{34}{42}}, R_6 = \sqrt{\frac{50}{42}},$ $R_7 = \sqrt{\frac{58}{42}}, R_8 = \sqrt{\frac{74}{42}}, R_9 = \sqrt{\frac{98}{42}}$	$w_1 = \frac{1}{16}, w_2 = \frac{2}{16}, w_3 = \frac{1}{16},$ $w_4 = \frac{2}{16}, w_5 = \frac{2}{16}, w_6 = \frac{1}{16},$ $w_7 = \frac{2}{16}, w_8 = \frac{2}{16}, w_9 = \frac{1}{16}$

Выборочные статистические моменты рассчитываются по формуле:

$$\hat{M}_p = \sum_{k=0}^{K-1} |Y(k)|^p, \quad (6)$$

где $K = MN_{FFT}$ – объем блока принятых данных $\{|Y(k)|\}$;

Теоретические моменты для смеси вероятностных распределений Райса имеют вид [4]:

$$M_{2k} = (P_N)^k \sum_{m=0}^k \frac{c_{2m}(k!)^2}{(k-m)!(m!)^2} \left(\frac{S}{P_N}\right)^m, \quad (7)$$

$$c_{2m} = \sum_{i=0}^{Q-1} R_i^{2m} w_i,$$

Первые $k = 1, \dots, 5$ теоретических моментов M_{2k} равны:

$$\begin{aligned}
M_2 &= P_N \left(1 + \left(\frac{S}{P_N} \right) \right) \\
M_4 &= P_N^2 \left(c_4 \left(\frac{S}{P_N} \right)^2 + 4 \left(\frac{S}{P_N} \right) + 2 \right) \\
M_6 &= P_N^3 \left(c_6 \left(\frac{S}{P_N} \right)^3 + 9c_4 \left(\frac{S}{P_N} \right)^2 + 18 \left(\frac{S}{P_N} \right) + 6 \right) \\
M_8 &= P_N^4 \left(c_8 \left(\frac{S}{P_N} \right)^4 + 16c_6 \left(\frac{S}{P_N} \right)^3 + 72c_4 \left(\frac{S}{P_N} \right)^2 + 96 \left(\frac{S}{P_N} \right) + 24 \right) \\
M_{10} &= P_N^5 \left(c_{10} \left(\frac{S}{P_N} \right)^5 + 25c_8 \left(\frac{S}{P_N} \right)^4 + 200c_6 \left(\frac{S}{P_N} \right)^3 + 600c_4 \left(\frac{S}{P_N} \right)^2 + 600 \left(\frac{S}{P_N} \right) + 120 \right)
\end{aligned} \tag{8}$$

Выражение для момента второго порядка M_2 имеет простую наглядную интерпретацию – это средняя мощность принятого сигнала в частотной области, которая состоит из мощности полезной части, равной $S \cdot c_2$, ($c_2 = 1$) и мощности аддитивного шума P_N . Для оценки неизвестных параметров (\hat{S}, \hat{P}_n) можно использовать моменты второго и четвертого порядков – традиционный метод M_2M_4 [2, 4], в котором отношению квадрата второго теоретического момента и четвертого приравняется отношение выборочных моментов:

$$\frac{M_2^2}{M_4} = \frac{(1 + \rho)^2}{c_4 \rho^2 + 4\rho + 2} = \frac{\hat{M}_2^2}{\hat{M}_4}, \quad \rho = \frac{S}{P_N} \tag{9}$$

После нахождения ρ из уравнения (9), можно получить оценку мощности аддитивного шума \hat{P}_N , пользуясь выражением для второго статистического момента M_2 . В работах [2, 4] показано, что метод моментов M_2M_4 дает несмещенные оценки, близкие к оптимальным в соответствии с границей Крамера–Рао для созвездий постоянной амплитуды M-PSK. Однако для созвездий с многоуровневой амплитудной модуляцией дисперсия оценок значительно ухудшается с увеличением значения отношения сигнал–шум SNR. Подобная деградация точности по мере разнеса частных распределений смеси, наблюдающегося при росте значений SNR, является характерной для метода моментов.

В статье [4] для решения этой проблемы предлагается разделять эмпирическую выборку на группы ячеек одинаковой амплитуды и затем применять для каждой из них метод моментов M_2M_4 . При больших значениях отношения сигнал–шум и небольших порядках модуляционного созвездия Q частные распределения хорошо отличимы и метод дает достаточно точные оценки, но с увеличением мощности шума P_N эффективность метода сильно снижается.

Для решения задачи разделения смеси вероятностных распределений можно применять методы высоких порядков [5]. Уравнение для оценки неизвестных параметров с участием моментов 2–ого, 6–ого и 8–ого порядков – метод моментов $M_2M_6M_8$ выглядит следующим образом:

$$\frac{M_2M_6}{M_8} = \frac{(1 + \rho)(c_6 \rho^3 + 9c_4 \rho^2 + 18\rho + 6)}{(c_8 \rho^4 + 16c_6 \rho^3 + 72c_4 \rho^2 + 96\rho + 24)} = \frac{\hat{M}_2 \hat{M}_6}{\hat{M}_8} \tag{10}$$

Для отделения корней при решении (10) в статье [5] используется начальная оценка, полученная по методу моментов M_2M_4 . Применение методов высоких порядков позволяет улучшить оценки в области средних значений отношения сигнал–шум, однако при уменьшении мощности шума точность также падает.

Метод максимального правдоподобия применим в задаче оценки неизвестных параметров (\hat{S}, \hat{P}_n) смеси распределений [6]. Стоит отметить, что метод максимального правдоподобия имеет большую вычислительную сложность, которая возрастает с ростом объема выборки $\{|Y(k)|\}$ пропорционально K и требует начальных оценок неизвестных параметров. В [6] для этой цели

предлагается использовать пилотные символы, по которым можно производить грубые оценки коэффициента усиления \hat{S} и мощности аддитивного шума \hat{P}_N .

Предложенный алгоритм слепой оценки мощности аддитивного шума

Большой интерес для решения задачи разделения смеси частных вероятностных распределений представляет метод минимума хи-квадрат, который близок по универсальности к методу максимального правдоподобия[7]. Оба метода дают состоятельные, несмещенные оценки неизвестных параметров при наличии достаточных статистик, но при этом метод минимума хи-квадрат не требует увеличения вычислений при росте объема выборки.

Для нахождения оценок по методу минимума хи-квадрат область Γ значений эмпирической выборки $\{|Y(k)|\}$ разбивается на $G \ll K$ непересекающихся подобластей $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_G$. Оценкой неизвестных параметров (\hat{S}, \hat{P}_N) являются значения, при которых достигается минимум следующего выражения:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{G-1} \frac{(p_i^* - p_i(S, P_N))^2}{p_i(S, P_N)}, \quad (11)$$

где p_i^* - относительное число реализаций $|Y|$, попавших в подобласть Γ_i ;

$p_i(S, P_N) = \int_{\Gamma_i} f_{ген}(S, |Y|, P_N) d|Y|$ - вероятность попадания $|Y|$ в подобласть Γ_i ;

Для упрощения задачи двумерной оптимизации (11) можно использовать выражение для момента второго порядка:

$$S = \hat{M}_2 - P_N \quad (12)$$

В таком случае функционал (11) преобразуется в следующий вид:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{G-1} \frac{(p_i^* - p_i(\hat{M}_2 - P_N, P_N))^2}{p_i(\hat{M}_2 - P_N, P_N)} \quad (13)$$

Зависимость метрики χ^2 от мощности аддитивного шума P_N для некоторой эмпирической выборки представлена на рис.4. Область значений функционала можно разделить условно на три части: первая часть соответствует большим значениям – сильному разному частных распределений. Левая граница третьей части определяется формулой (12) – функционал не определен внутри этой области, так как аргумент функции плотности распределения Райса должен принимать положительное значение.

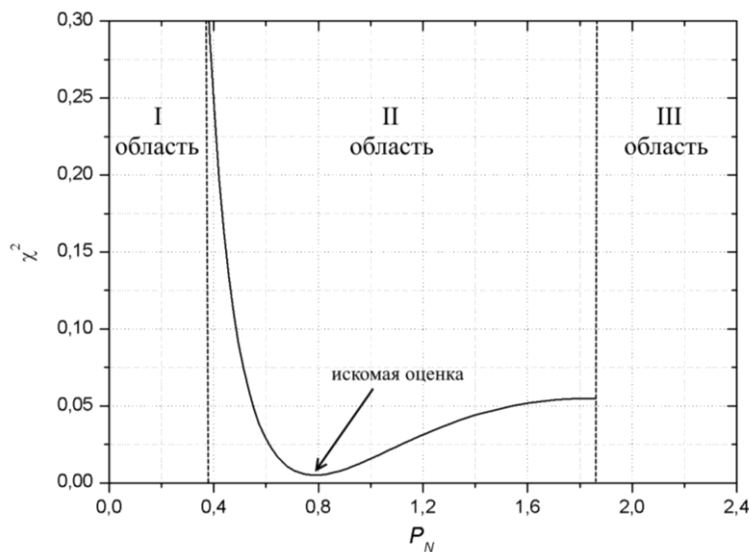


Рис.4. Зависимость функционала хи-квадрат χ^2 от мощности аддитивного шума P_n для некоторой выборки $\{|Y(k)|\}$ ($K = 10000$, $S = 1.44$, число бинов разбиения $G = 20$, истинное значение мощности шума $P_n = 0.8227$)

Во второй части содержится искомая оценка мощности аддитивного шума P_N , которую можно найти с помощью градиентных методов, указав в качестве начальной точки приближения середину области.

Полученные оценки по методу минимума хи-квадрат зависят от выбора числа подобластей разбиения G и их границ. Для значения G существует очевидный нижний предел $G \geq R + 2$, где R – число степеней свободы функционала χ^2 или размерность задачи. Увеличение числа G приводит, с одной стороны, к повышению точности оценок, с другой стороны, к увеличению объема вычислений [7]. В качестве границ подобластей разбиения, целесообразно выбирать статистические квантили порядка $\frac{i}{G}$ ($i = 0, \dots, G$).

При практической реализации метода минимума хи-квадрат с целью уменьшения общего объема вычислений можно использовать ряд упрощений. Например, при составлении функционала (12) зачастую используется модифицированная форма:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{G-1} \frac{(p_i^* - p_i(\hat{M}_2 - P_N, P_N))^2}{P_i^*} \quad (14)$$

Если известны априорные сведения о значениях (S, P_N) , разбиение на подобласти Γ_i реализации рекомендуется производить до поступления выборки. Для улучшения сходимости процесса поиска минимума в оптимизационных задачах (13) – (14) можно использовать методы быстрого спуска, вводя укрупненные шаги.

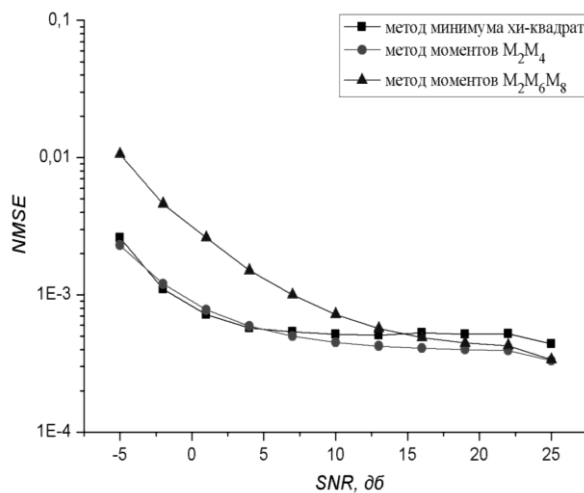
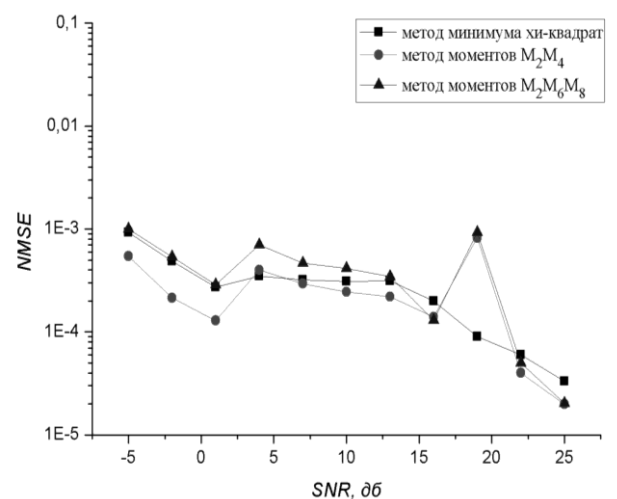


Рис 5. а) $NMSE$ для методов моментов M_2M_4 , $M_2M_6M_8$ и метода минимума хи-квадрат (тип созвездия – QPSK, объем выборки $K = 5000$)



б) $NMSE$ для методов моментов M_2M_4 , $M_2M_6M_8$ и метода минимума хи-квадрат (тип созвездия – QPSK, объем выборки $K = 50000$)

Моделирование работы алгоритмов оценки мощности аддитивного шума

С целью исследования эффективности рассмотренных слепых алгоритмов оценки мощности аддитивного шума P_N по значениям амплитуд комплексных модуляционных ячеек $\{|Y(k)|\}$ была разработана программа моделирования в математической среде Matlab R2015b и проведен ряд экспериментов. Условия моделирования:

- 1) Тип модуляционного созвездия: 16-QAM и QPSK;
- 2) Объем эмпирической выборки $K = 5000$ и 50000 ;
- 3) Число бинов разбиения $G = 20$ (в качестве границ были выбраны статистические квантили соответствующих порядков);
- 4) Значение коэффициента усиления по амплитуде $\sqrt{S} = 1.2$;

Для сравнительного анализа были выбраны традиционные методы моментов M_2M_4 и $M_2M_6M_8$, а также предложенный метод минимума хи-квадрат. Для каждой точки из выбранного диапазона значений отношения сигнал-шум SNR проводилось по 200 измерений. В качестве критерия эффективности работы алгоритма использовалась метрика нормированного среднего квадрата ошибки $NMSE$, которая рассчитывается по следующей формуле:

$$NMSE = \frac{E[(\hat{P}_N - P_N)^2]}{P_N^2}, \quad (16)$$

где \hat{P}_N – оценка мощности аддитивного шума;

P_N – истинное значение мощности аддитивного шума;

На рис.5 и 6. представлены результаты измерений работы алгоритмов при разных объемах выборки K для сигнальных созвездий QPSK и 16-QAM соответственно. Метод моментов $M_2M_6M_8$ дает более точные оценки по сравнению с методом моментов M_2M_4 в диапазоне средних значений отношения сигнал-шум SNR для созвездия с амплитудной модуляцией 16-QAM, однако он менее эффективен в области малых значений отношения сигнал-шум. Метод минимума хи-квадрат незначительно уступает в точности методу моментов M_2M_4 для больших уровней аддитивных шумов и имеет схожую дисперсию ошибки оценки при остальных значениях отношения сигнал-шум для созвездия QPSK. Для созвездия с многоуровневой амплитудной модуляцией 16-QAM метод минимума хи-квадрат значительно превосходит методы моментов в широкой области значений SNR. Нахождение оценок мощности аддитивного шума при использовании различных модуляционных созвездий можно производить в комбинационной схеме: для созвездий постоянной амплитуды применять метод моментов M_2M_4 , а для многоуровневых созвездий – метод минимума хи-квадрат.

Заключение

В данной работе исследован класс методов слепой оценки мощности аддитивного шума по значениям амплитуд принятых комплексных модуляционных ячеек OFDM-радиосигнала в гауссовской модели канала. Классические методы моментов дают точные оценки, близкие к оптимальным в соответствии с границей Крамера-Рао для созвездий постоянной амплитуды M-QPSK. Недостатком этих методов является существенное снижение точности для созвездий с многоуровневой амплитудной модуляцией в диапазоне средних и малых значений отношения сигнал-шум SNR, что делает их трудно применимыми в ряде важных практических случаев.

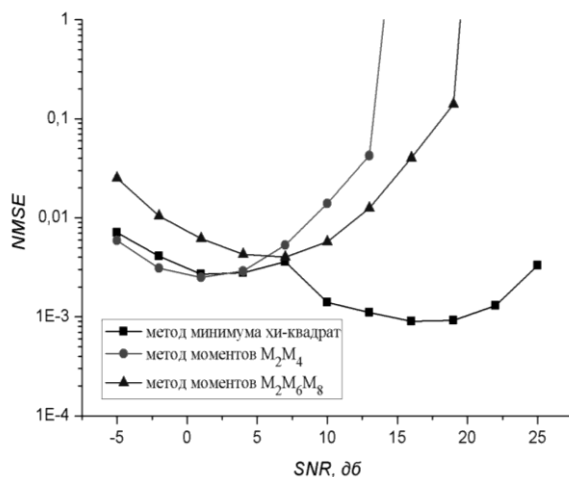
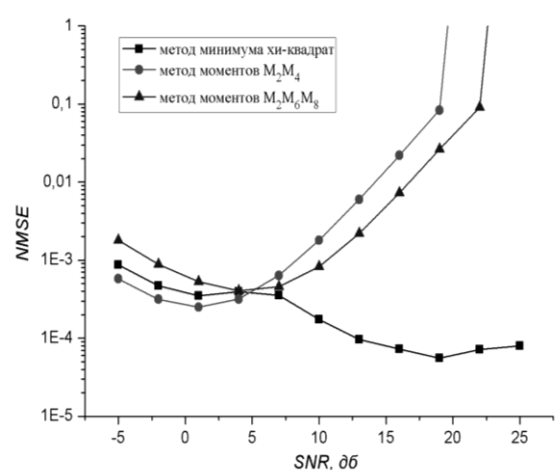


Рис 6. а) $NMSE$ для методов моментов M_2M_4 , $M_2M_6M_8$ и метода минимума хи-квадрат (тип созвездия – 16-QAM, объем выборки $K = 5000$)



б) $NMSE$ для методов моментов M_2M_4 , $M_2M_6M_8$ и метода минимума хи-квадрат (тип созвездия – 16-QAM, объем выборки $K = 50000$)

Предложен и исследован альтернативный метод решения задачи разделения смеси частных вероятностных распределений Райса – метод минимума хи–квадрат, обладающий простотой и эффективностью в применении. Проведенный экспериментальный анализ показывает состоятельность предложенного метода оценки мощности аддитивного шума, который в комбинации с методом моментов M_2M_4 дает достаточно точные оценки в широкой области значений отношения сигнал –шум SNR для модуляционных созвездий различных типов.

Литература

1. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Цифровые видеоинформационные системы (теория и практика). М.: Техносфера, 2012. 1008 с.
2. Gao P., Tepedelenliuglu C. SNR estimation for nonconstant modulus constellations. IEEE Trans. Signal Processing. V.53. No.3. 2005
3. Исаенко О.К., Урбах В.Ю. Распределение смесей распределений вероятностей на их составляющие. // Итоги науки и техн. Сер. Теор. вероятн. Мат. стат. Теор. кибернет. 1976. Т.13 С.37-58.
4. Gappmair W., Koudelka O. Moment-based SNR estimation of signals with non-constant envelope. Proc. 3rd Advanced Satellite Mobile Systems Conf. 2006.
5. Ghodeswar S., Poonacha P.G. Tenth Order Envelope Moment Based SNR Estimation Technique Using Newton-Raphson Method for AWGN and Rician Channels. International Conference on Communication, Information & Computing Technology (ICCICT). 2015.
6. Gappmair W., Lopez-Valcarce R., Mosquera C. Cramer-Rao Lower Bound and EM Algorithm for Envelope-Based SNR Estimation of Nonconstant Modulus Constellations. IEEE Trans. On Communications. V.57. No.6. 2009
7. Миленький А.В. Определение статистических характеристик распознаваемых образов в режиме самообучения. 1967. Вып.3. С.56-61.