

Методика вычисления масштабирующих коэффициентов normalized min-sum декодера низкоплотного кода

А.А. Хлынов^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²ФГУП НИИ Радио

Впервые коды с малой плотностью проверок на четность (ldpc, low density parity check) были представлены Галлагером [1] в начале 1960-х годов. Было показано, что эти коды имеют высокую эффективность, очень близкую к пределу Шеннона, при использовании итеративного декодирования. Они становятся основными конкурентами турбо-кодов [2] для исправления ошибок во многих цифровых системах связи. Используемый метод декодирования МПП-кода - важный фактор в производительности и сложности реализации. Алгоритмы декодирования с мягким решением широко используются из-за их более высокой эффективности, по сравнению с алгоритмами с жёстким решением. Алгоритм sum-product (SPA), использующий мягкие решения демодулятора – llr (log-likelihood ratio), был разработан Маккеем [3], при большом числе итераций приближающийся близко к границе Шеннона. Однако основным недостатком этого алгоритма является высокая сложность реализации функций вычисления проверочных метрик. Многие модификации SPA разработаны для снижения высокого уровня сложности. Один из самых важных алгоритмов, который упрощают реализацию - min-sum алгоритм, упрощённое вычисление проверочных метрик предложено в [4] как упрощение функций tanh и atanh. Много изменений min-sum алгоритма было предложено для увеличения его эффективности с приемлемым увеличением сложности декодирования. Одной из самых важных версий является алгоритм min-sum с нормализацией метрик [5]. Использование масштабирующего коэффициента позволяет уменьшить погрешность вычисления метрик и приблизиться по эффективности к результатам sum-product декодера.

Для применения в системах космической связи рекомендовано семейство AR4JA низкоплотных кодов стандарта CCSDS 131.0-B-2. Целью этой работы является описание методики вычисления масштабирующих коэффициентов normalized min-sum декодера низкоплотного кода и исследование зависимости коэффициентов масштабирования метрик от отношения сигнал-шум в канале. В качестве примера рассмотрим код с кодовой скоростью 1/2 и длиной кодового слова 2048 бит (1024 информационных бита). Общая формула вычисления проверочных метрик min-sum декодера из значений метрик узлов переменных $v_{j,m}$ выглядит следующим образом:

$$c'_{n,m} = \min(v_{N_{m,n} \setminus n, m}) * \prod_{j=N_{m,n} \setminus n} \text{sign}(v_{j,m})$$

Для приближения эффективности исправления декодера min-sum к эффективности sum-product декодера, вводится коэффициент масштабирования (нормализации) проверочных метрик. В работе [2] для получения более точных значений проверочных метрик предлагается использовать коэффициент нормализации $cf = \frac{E|c|}{E|c'|}$, заданный как отношение значений математического ожидания метрик sum-product и min-sum декодеров соответственно, вычисленных на большой выборке кодовых слов. В декодере кода [6] применяются вычисления проверочных метрик зависящих разное число метрик узлов переменных (2,3 и 6 элементов) поэтому вычисление коэффициента масштабирования в виде, предложенном в [2] неприменимо и предлагается выбрать оптимальным значением cf такое, которое минимизирует вероятность ошибки на большой выборке зашумлённых кодовых слов. Т.к. оптимальное значение cf зависит от мощности шума, далее будет приведённый алгоритм повторяется для нескольких значений уровня шума в канале.

Имея элементарную выборку размера n зашумленных кодовых слов такой величины, что после декодирования остаётся тысяча и более неисправленных ошибок применим алгоритм поиска оптимального значения cf минимизирующего число неисправленных ошибок. Для поиска оптимального значения коэффициента была написана программа в среде MATLAB, использующая оператор *fminsearch* для поиска минимума функции, вычисляющей количество неисправленных ошибок декодером, с различными значениями коэффициента cf . Для поиска минимума MATLAB

использует метод Нелдера-Мида [7], также известный как метод деформируемого многогранника и симплекс-метод, — метод безусловной оптимизации функции от нескольких переменных, не использующий производной (точнее — градиентов) функции, а поэтому легко применим к негладким и/или зашумлённым функциям. Результатом каждого вычисления является случайная величина cf минимизирующая число ошибок на этой выборке данных. После получения N значений случайной величины cf , полученных на выборках длины n можно исследовать распределение этой случайной величины (см рис. 1) на примере канала с отношением $E_b/N_0 = 2$ дБ и $n = 1024$:

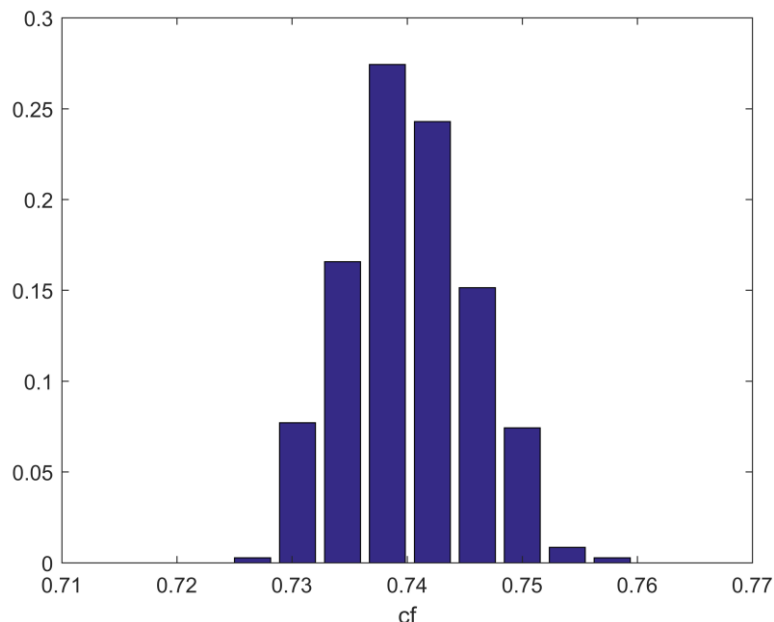


Рисунок 1. Распределение случайной величины cf

Далее приведены значения выборочного среднего с вычисленным интервалом стандартной ошибки среднего:

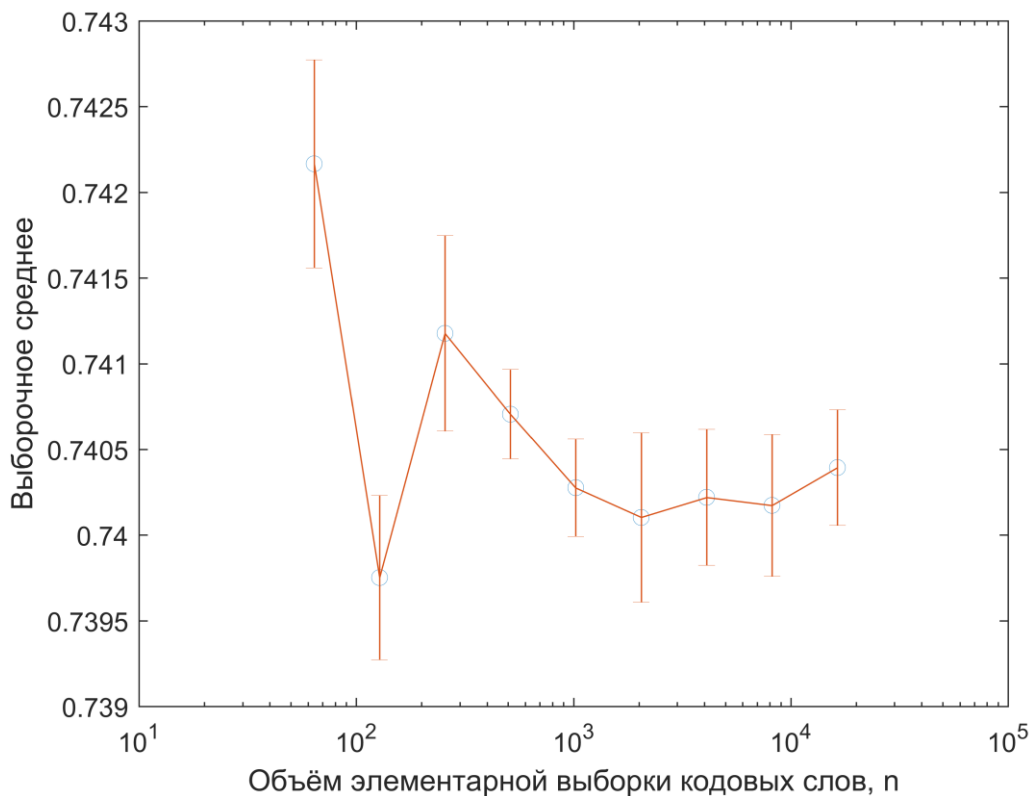


Рисунок 2. Выборочное среднее для различных величин элементарной выборки n

В результате анализа распределения установлено, что с увеличением объёма элементарной выборки n выборочная дисперсия падает, а выборочное среднее остаётся примерно одинаковым для выборок больше определённой величины (т.е. на коротких выборках с малым числом ошибок плохо работает выбор оптимального значения). На рисунке 3 приведена зависимость среднего значения для различной величины отношения сигнал/шум в канале.

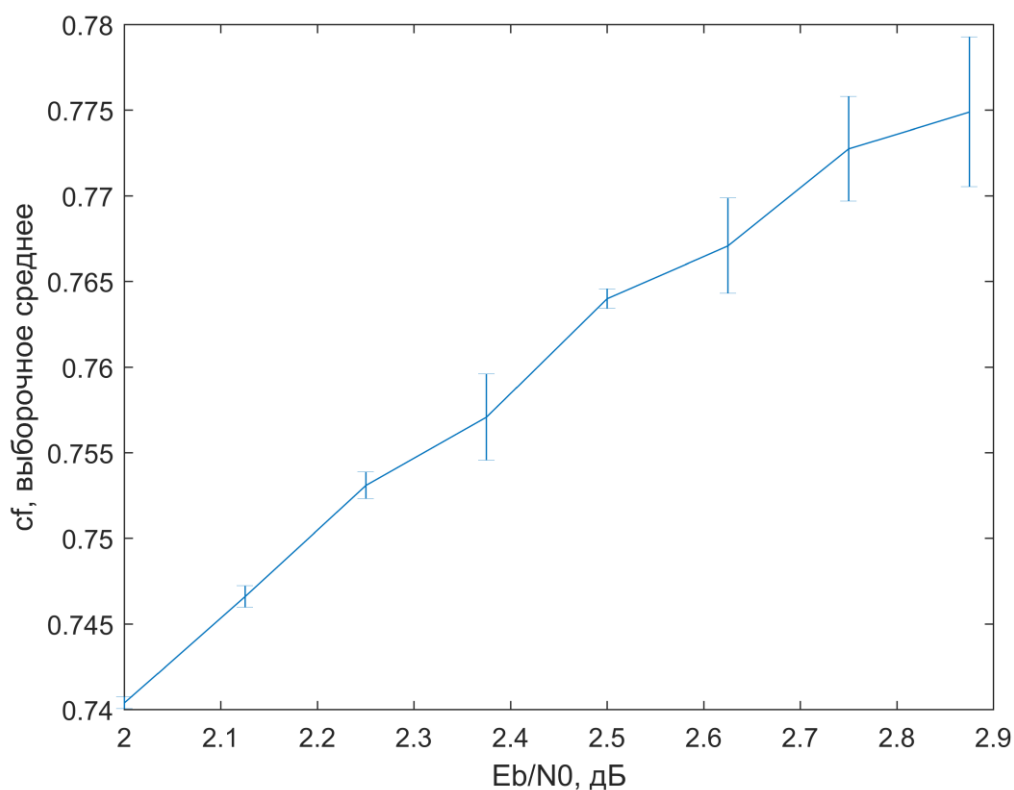


Рисунок 3. Зависимость среднего значения cf от уровня шума в канале

Литература

1. Gallager R. G. Low density parity check codes // IRE Trans. Inform. Theory. — 1962. — vol. IT-8, pp. 21–28.
2. Berrou C. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes // Proc. 1993 IEEE Int. Conf. Communications, Geneva, Switzerland. — 1993. — pp. 1064–1070.
3. MacKay D. Good error-correcting codes based on very sparse matrices // IEEE Trans. Inform. Theory. — 1999. — vol. 45, pp. 399–432.
4. Fossorier M., Mihaljevic M., Imai H. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation // IEEE Transactions on Communications. — 1999. — 47(5), pp. 673–680. <http://doi.org/10.1109/26.768759>
5. Chen J., Fossorier M. Near optimum universal belief propagation based decoding of lowdensity parity check codes – IEEE transactions on communications — march 2002, V. 50, N. 3. P. 406–414.
6. The Consultative Committee for Space Data Systems TM synchronization and channel coding — summary of concept and rationale. //
7. Lagarias, J. C., Reeds J. A., Wright M. H., Wright P. E. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions – SIAM Journal of Optimization. — 1998. V. 9 N. 1, P. 112–147