

УДК 004.021

## Аддитивная регуляризация наивного байесовского классификатора для отбора признаков

В.Р. Целых<sup>1</sup>, К.В. Воронцов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет)

<sup>2</sup> Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

Одним из самых распространенных и простых методов классификации является наивный байесовский классификатор. В основе метода лежит предположение о статистической независимости признаков, которое, как правило, не выполняется на практике. Целью данной работы является разработка новых подходов к отбору признаков, позволяющих улучшить качество классификации, не увеличивая сложность алгоритма обучения.

Рассматривается задача классификации в вероятностной постановке. Пусть  $X$  – множество объектов,  $Y$  – конечное множество классов. Согласно байесовской теории классификации, минимальной ошибкой классификации обладает оптимальный байесовский классификатор, который относит объект  $x$  к тому классу  $y$ , для которого апостериорная вероятность максимальна:

$$a(x) = \arg \max_{y \in Y} P(y|x) = \arg \max_{y \in Y} P(y)p(x|y).$$

Пусть объекты описываются  $n$ -мерными векторами признаков  $x = (x^1, \dots, x^n)$ . Наивный байесовский классификатор основан на предположении о независимости признаков. В этом случае  $n$ -мерная условная плотность представляется произведением одномерных условных плотностей значений признаков. Благодаря этому задача максимизации правдоподобия распадается на независимые одномерные подзадачи как по классам  $y$ , так и по признакам  $j$ :

$$L(\Theta) = \sum_{j=1}^n \sum_{y \in Y} \sum_{i: y_i=y} \ln p(x_i^j | \theta_y^j) \rightarrow \max_{\Theta},$$

где  $\Theta = (\theta_y^j : y \in Y, j = 1, \dots, n)$  – вектор параметров одномерных плотностей,  $(x_i, y_i) \in X \times Y, i = 1, \dots, l$  – обучающая выборка пар “объект,

класс”. В случае, когда плотности  $p(x^j|\theta_y^j)$  имеют нормальное распределение с математическими ожиданиями  $\theta_y^j$  и дисперсиями  $\sigma^j$ , не зависящими от класса  $y$ , наивный байесовский классификатор является линейным:

$$a(x) = \arg \max_{y \in Y} P(y|x) = \arg \max_{y \in Y} \left( \sum_{j=1}^n x^j w_y^j - w_y^0 \right),$$

где весовые коэффициенты  $w_y^j, w_y^0$  выражаются через параметры распределений  $\theta_y^j$ .

В данной работе вместо получения несмещенных оценок максимального правдоподобия предлагается решать задачу максимизации регуляризованного правдоподобия [1] и находить весовые коэффициенты напрямую:

$$L(\Theta(w)) + \tau R(w) \rightarrow \max_w,$$

где  $\tau$  — коэффициент регуляризации,  $R(w)$  — дополнительный критерий качества модели. Решение оптимизационной задачи приводит к системе уравнений относительно  $w$ , которую для некоторых видов регуляризаторов  $R(w)$  удастся решить аналитически. В качестве примера рассматривается L1-регуляризатор

$$R(w) = - \sum_{y \in Y} \sum_{j=1}^n |w_y^j|,$$

приводящий к отбору признаков. Чем больше коэффициент регуляризации, тем большее число коэффициентов  $w_y^j$  обращается в нуль. Регуляризатор вида

$$R(w) = - \sum_{j=1}^n \sum_{y>z} |w_y^j| |w_z^j|$$

контролирует уникальность векторов весов в разных классах и позволяет повысить качество многоклассовой классификации. При его использовании задача сводится к решению серии линейных систем уравнений.

Эксперименты, проведенные на задачах классификации из открытого репозитория UCI, подтверждают эффективность предложенных методов регуляризации наивного байесовского классификатора. На рис. 1а изображены гистограммы значений весов признаков в каждом из трех классов базы данных Waveform data set [2] для модели наивного байесовского классификатора, на рис. 1б — для модели наивного байесовского классификатора с многоклассовым регуляризатором. Регуляризация

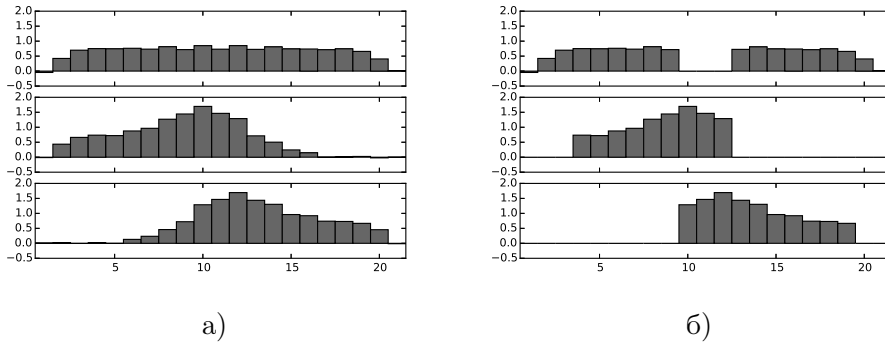


Рис. 1: Гистограммы значений весов признаков в каждом из трех классов для модели наивного байесовского классификатора без регуляризации (а) и с использованием многоклассового регуляризатора (б).

позволяет сократить число признаков, не ухудшив качества классификации.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-07-00908, 14-07-31240.

#### Литература

- [1] *Цельх В.Р., Шишковец С.С., Усков М.О., Воронцов К.В.* Аддитивная регуляризация наивного байесовского классификатора // Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2016, материалы девятой международной конференции. 2016. Т. 2. С. 414–417.
- [2] *Breiman L., Friedman J.H., Olshen R.A., Stone C.J.* Classification and Regression Trees // California: Wadsworth International Group. 1984.