

Моделирование движения искусственных спутников Земли. Визуализация орбитального и вращательного движения

М.В. Тарасов

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Работа посвящена визуальной интерпретации движения искусственных спутников Земли (ИСЗ). Созданный программный комплекс позволяет интегрировать динамические и кинематические уравнения, описывающие движение ИСЗ, а также содержит блок визуализации. В дальнейшем предполагается расширить возможности программного комплекса для моделирования движения тросовых спутниковых систем.

Для решения задачи о движении центра масс ИСЗ использовалось дифференциальное уравнение:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

где \mathbf{F} - векторная сумма сил, действующих на ИСЗ (гравитационное притяжение Земли, Луны и Солнца; сопротивление атмосферы Земли; солнечное давление), \mathbf{r} - радиус-вектор центра масс ИСЗ в инерциальной системе координат J2000.

Численные расчёты гравитационного притяжения Земли, определенного её гравитационным потенциалом, могут быть выполнены с учетом возмущений, связанных с разным числом гармоник, начиная с J2 и заканчивая разложением 12×12 . Плотность атмосферы в сопротивлении атмосферы Земли аппроксимирована кусочно-экспоненциальной моделью [1] или моделью ГОСТ Р 25645.166-2004 [2].

Динамика вращательного движения тела описывается уравнением:

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}, \quad (2)$$

где \mathbf{J} - тензор инерции тела; $\boldsymbol{\omega}$ - угловая скорость; \mathbf{M} - сумма действующих на тело моментов следующих сил: гравитационных, аэродинамических, магнитных, светового давления.

Момент гравитационных сил в системе координат, связанной с твердым телом, вычисляется по формуле [3]:

$$\mathbf{M} = 3 \frac{\mu}{R^3} \mathbf{e}_r \times [A(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{i})\mathbf{i} + B(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{j})\mathbf{j} + C(\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{k})\mathbf{k}],$$

где \mathbf{e}_r , \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} - единичные векторы соответственно по направлениям радиуса-вектора орбиты и главным центральным осям инерции тела.

Система уравнений (1) и (2) замыкается кинематическим уравнением

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}$$

где Λ - кватернион, определяющий ориентацию корпуса ИСЗ относительно инерциальной системы координат J2000, а $\boldsymbol{\omega}$ - угловая скорость корпуса в проекциях на связанные с ним оси [4].

В качестве численных методов для моделирования орбитального движения используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Полученные результаты были валидированы и верифицированы. Система тестов включает в себя:

- Проверка замкнутости орбит центра масс при движении в ньютоновском гравитационном поле;
- Проверка сохранения интеграла энергии;
- Эволюция солнечно-синхронной орбиты под влиянием гармоник J2 (прецессия долготы восходящего узла);
- Сравнение ускорения, вызванного гравитационным притяжением Земли с моделью Zonal Harmonic Gravity Model (ZHGM), реализованной в Matlab [5];
- Сравнение рассчитанных положений Солнца и Луны с данными [6];
- Сравнение плотности атмосферы с моделью NRLMSISE-00, реализованной в Matlab [7];
- Проверка параметров регулярной прецессии для движения в отсутствие момента внешних сил;

Разработанный программный комплекс позволяет по начальным данным получить графическое представление движения центра масс, а также относительного движения в орбитальных осях (рисунок 1). Начальными данными могут быть как начальные координаты и компоненты скорости спутника в Декартовой системе координат, так и Кеплеровы элементы орбиты. Кроме того, предусмотрен выбор Декартовой системы координат при вводе начальных данных: ECEF (Earth-centered, Earth-fixed или гринвичская система координат) или ECI (Earth-centered inertial или система координат J2000).

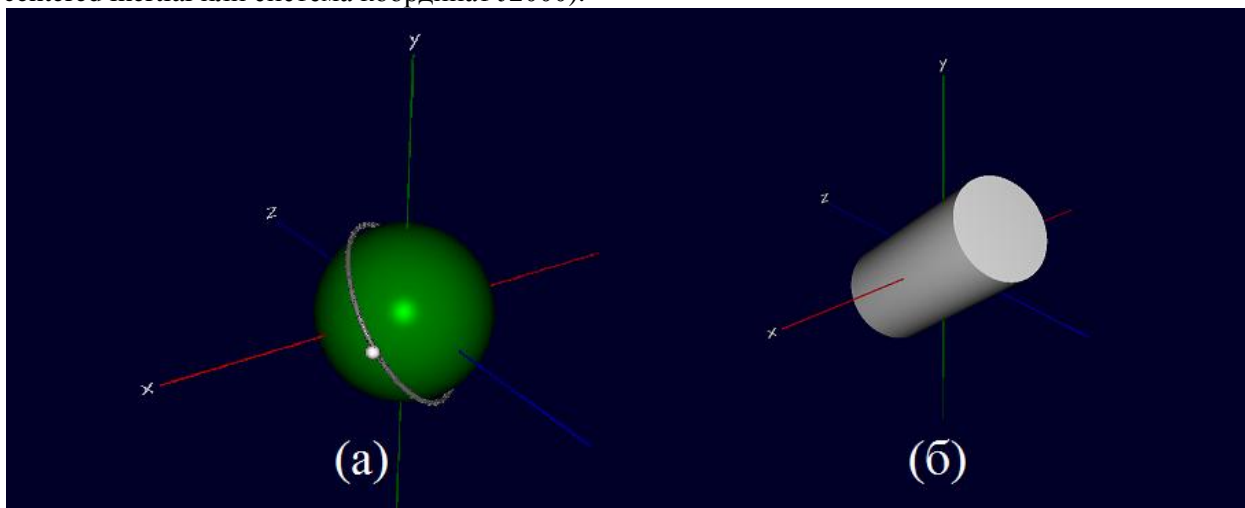


Рисунок 1. Интерфейс программы: а) движение центра масс тела (по изображенной орбите); б) относительное движение тела в орбитальных осях.

Литература

1. Vallado D.A., Fundamentals of Astrodynamics and Applications, Space Technology Series, McGraw Hill – 1997.
2. ГОСТ Р 25645.166-2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли
3. Белецкий В. В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. – 1965.
4. Амелькин Н. И. Кинематика и динамика твердого тела //М: МФТИ. – 2000.
5. Zonal Harmonic Gravity Model //Aerospace Blockset /MATLAB Product Documentation. URL: <https://www.mathworks.com/help/aeroblks/zonalharmonicgravitymodel.html>
6. Meeus J. H. Astronomical algorithms. – Willmann-Bell, Incorporated, 1991.
7. atmosnrlmsise00 //Aerospace Toolbox /MATLAB Product Documentation. URL: <https://www.mathworks.com/help/aerotbx/ug/atmosnrlmsise00.html>