УДК 537.8+621.396

К.С. Борзунова, Н.П. Чубинский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Краевые особенности распределения токов в квази 2D-системах электрически малых диполей во внешнем магнитном поле

В последние 20 лет возрос интерес к средам, представляющим собой большие упорядоченные системы электрически малых магнитных диполей (круговых колец), помещенных в некоторый диэлектрик [1,2]. Такие системы во внешнем электромагнитном поле поляризуются и изменяют локальные электрические параметры, что представляет интерес в области прикладной электродинамики для создания искусственных сред с различными эффективными диэлектрической и магнитной проницаемостью. Эти параметры полностью определяются геометрией диполей и плотностью их упаковки в системе. Для их определения необходимо найти распределение наведенных токов в системах диполей волновых размеров. Число диполей в трехмерных системах при соблюдении требований квазистатического приближения [3] может превышать 10^6. Был использован алгоритм определения распределения токов $\vec{J}_i$ для систем малых электрических размеров при произвольной плотности упаковки диполей и строго учитывающий их взаимодействие [4]. Он сводится к решению системы уравнений:

$$\vec{J}_i(R_i + j\omega L_i) + j\omega \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \vec{J}_k M_{ik} = \vec{\varepsilon}_i, \qquad (1)$$

где $R_i + j\omega L_i = Z_i$ – собственный импеданс кольца, M_{ik} – взаимная индуктивность жду кольцами, $\vec{\varepsilon}_i = -j\omega(\vec{B}\vec{S})$ – э.д.с., наводимая в каждом кольце площадью S внешним магнитным полем $\vec{B}$. Второе слагаемое в уравнении (1) представляет собой э.д.с. $\vec{\varepsilon}_{ij}$ и определяет взаимодействие i-ого и k-ого колец. Для систем диполей волновых размеров эти элементы матрицы, для которых расстояние между кольцами $r_{ij} \geq (0{,}1...0{,}15)\lambda$, вычислялись в волновом приближении $\vec{\varepsilon}_{ij} = -d\vec{\Psi}_{ij}/dt$ (здесь $\vec{\Psi}_{ij}$ – поток вектора магнитной индукции через j-тое кольцо, обусловленный током в i-том кольце).

Ранее проведены оценочные расчеты распределений токов в одно- и двумерных системах, показавшие характерные неоднородности распределений вблизи их краев. Поэтому, учитывая высокий порядок трехмерных систем (1) и огромную трудоемкость решения, было проведено исследование сходимости решения в характерных точках этого объема, занятого диполями. Оно могло бы радикально упростить нахождение распределений наведённых токов в больших и сверхбольших системах. Ранее для квазикубической формы системы рассмотрена сходимость решения в следующих точках: **0** – в центре куба (параллелепипеда) всей системы диполей, **1** – в центрах вертикальных граней, **2** – в центрах горизонтальных граней, **3** – в серединах вертикальных рёбер, **4** – в серединах горизонтальных рёбер и **5** – в вершинах куба – при разной плотности упаковки. В каждой из точек размещался центр подсистемы и анализировалась величина тока по мере наращивания числа слоев диполей вокруг неё. Установлено, что для больших систем (более 100 диполей вдоль осей) распределение токов сходится к стационарному значению при 2…5 слоях подсистемы. Внутри более 90% объема распределение практически постоянно в пределах 1%. К краям наблюдается заметное увеличение токов в вертикальной плоскости (вдоль магнитного момента диполя) и уменьшение токов в горизонтальных плоскостях. Однако протяжённость областей неоднородности не превышает 2…5 диаметров колец. Поэтому средняя величина наведенных токов, определяющая эффективную магнитную проницаемость среды в объеме системы, будет определена с погрешностью менее 1% по результатам расчета тока в центральном диполе, окруженном 2…5 слоями колец.

Учитывая, что в практических приложениях искусственных магнитодиэлектриков более всего будут востребованы квазидвумерные системы, было проведено детальное исследование распределения токов в таких системах. Были рассмотрены системы упорядоченных электрически малых диполей, (плоскости колец расположены в плоскостях xy, магнитные моменты ориентированы вдоль оси z). При этом число слоев диполей, перпендикулярных оси y, было ограничено и определяло толщину 2D-системы. Из предыдущего опыта было известно, что увеличение числа слоев, параллельных плоскости кольца уменьшает величину наведённых токов, а увеличение числа колец в каждом слое – увеличивает их. Величина этих изменений нарастает с увеличением плотности упаковки. Поскольку нас интересует максимальное увеличение наведенных токов, то плотность диполей вдоль оси z бала выбрана около половины радиуса кольца $a/2$. В этом случае каждая пара соосных колец подобна конструкции колец Гельмгольца, в которой магнитное поле максимально однородно. По осям x и y выбрана максимальная плотность упаковки (расстояние между центрами колец в их плоскости $d_x = d_y = 2,2a$). Волновой вектор плоской падающей волны был ориентирован вдоль оси y, поэтому возбуждение колец в каждом вертикальном слое считалось синфазным. Моделирование проведено описанным выше способом, когда в центре системы располагалась подсистема (тестовый объем) и число элементов в нем варьировалось по закону $N \sim (2n-1)^3, n = 1, 2, ...$ До тех пор пока тестовый объём находился целиком внутри системы $n \le n_{y\max}$, он имел форму куба, а при дальнейшем увеличении n он представлял собой призму фиксированной толщины $D_y = 2d_y \cdot n_{y\max}$ и увеличение числа элементов в тестовом объёме приближалось к квадратичному закону.

Предварительные результаты выявили следующие закономерности распределений наведённых токов.

1. Наблюдается уверенная асимптотическая сходимость решения для тока в центральном элементе системы. Она несколько медленнее, чем в 3D-системах.

2. Распределение наведенных токов вдоль оси y практически не зависит от толщины системы и её размеров по осям x и z. Распределение вдоль оси x слабо спадает с увеличением размеров xz. Распределение вдоль оси z слабо растёт вплоть до 10…15 слоёв, а затем резко нарастает при приближении к поверхностям 2D-системы. Это позволяет говорить о том, что такая геометрически однородная система диполей может моделировать цилиндрическую линзу, фокусирующую плоскую волну в линию, параллельную оси x.

3. Фокусирующие свойства 2D-систем можно так же изменять, варьируя по определенному закону плотность упаковки в плоскостях xz.

Литература

1. *Щелкунов С.А., Фриис Г.Т.* Антенны. Теория и практика. Пер с англ. Под ред. Л.Д. Бахраха М.: Сов. Радио, 1955. 604 с.
2. *Pendry J.B. , Holden A.J. , Robins D.J. , Stewart W.J.* // J.Phys.: Condens. Matter. 1998. V. 10, N 22. P. 4785
3. *Борзунова К.С., Чубинский Н.П.* Поле электрически малого магнитного диполя в квазистатическом и волновом приближениях // II Всерос. Армандовские чтения. 2012
4. *Борзунова К.С., Чубинский Н.П..* Алгоритмы определения эффективной магнитной проницаемости системы магнитных диполей. Радиофизика метаматериалов // IV Всерос. Армандовские чтения. 2014.
5. *Борзунова К.С., Савельев А.В., Чубинский Н.П.* Физика взаимодействия электромагнитных волн с большими системами электрически малых диполей // VI Всерос. Армандовские чтения. 2016. С. 426-438