УДК 519.8;519.301

Пороговая модель сдачи в плен в ходе боевых действий

В.В. Бреер

Институт Проблем Управления РАН

Динамическая *модель Ланчестера* [1] о ходе сражения (combat) является инструментом теоретического прогноза результатов ведения боевых действий. Но в ней не было учтено количество сдавшихся в плен. В этом докладе описывается пороговая модель сдающихся в плен, которая является уточнением модели Ланчестера.

Пусть в момент времени t, все агенты делятся на сражающихся $x_i(t)$, сдавшихся в плен $y_i(t)$ и убитых $n_i - x_i(t) - y_i(t)$, $i = 1,2$.

Уменьшение числа сражающихся в момент времени $\dot{x}_i$, $i = 1,2$ зависит от:

1. Эффективного числа сражающихся противоположной группы $K_{3-i}x_{3-i}$, где K_{3-i} – эффективность ведения боя (согласно закону Ланчестера [1]).
2. Числа сдавшихся в плен агентов этой группы в момент времени $\dot{y}_i$.

Агент группы $N_i, i = 1,2$ вступает в борьбу или сдается в плен в зависимости от своего *порога* [2],[3]. Если доля сражающихся «своих» $\frac{x_i}{x_i + x_{3-i}}$ не меньше этого порога, то воин продолжает борьбу. Пусть функции распределения порогов агентов равны $F_i : [0,1] \to [0,1], i = 1,2$. Значит, величина $F_i\left(\frac{x_i}{x_i + x_{3-i}}\right)$ показывает долю агентов, готовых продолжать борьбу, а *изменение* числа уклоняющихся от борьбы в единицу времени $\dot{y}_i$, $i = 1,2$ зависит от числа сдающихся в плен $\left(1 - F_i\left(\frac{x_i}{x_i + x_{3-i}}\right)\right)x_i$.

Согласно сделанным предположениям динамику можно записать в следующем виде:

$$(1) \qquad \begin{cases} \dot{x}_i = -K_{3-i}x_{3-i} - \dot{y}_i, i = 1,2 \\ \dot{y}_i = \left(1 - F_i\left(\frac{x_i}{x_i + x_{3-i}}\right)\right)x_i \\ x_1(0) = n_1, x_2(0) = n_2, y_1(0) = 0, y_2(0) = 0 \end{cases}.$$

Рассмотрим в качестве функции распределения порогов бета функцию:

$$(2) \qquad F_i(x) = I(x,\alpha_i,\beta_i) = \frac{\int_0^x z^{1-\alpha_i}(1-z)^{1-\beta_i}\,dz}{\int_0^1 z^{1-\alpha_i}(1-z)^{1-\beta_i}\,dz}, \alpha_i \in [0,\infty), \beta_i \in [0,\infty), i = 1,2 .$$

Выбор этого распределения обусловлен прозрачной содержательной интерпретацией параметров α_i, β_i, как величин соотношений «трусов» и «храбрецов» в распределении. Так, чем больше α_i, тем больше трусливых агентов в группе N_i. Чем больше β_i тем больше смелых агентов в группе N_i. Таким образом α_i − это степень *трусости*, а β_i − степень *храбрости*.

Пусть группа N_1 состоит из равного количества «трусов» и «храбрецов» ($\alpha_1 = \beta_1 = 0.2$), а группа N_2 − в основном из «трусов» ($\alpha_1 = 2.0, \beta_1 = 0.2$), первоначальное количество агентов одинаково: $n_1 = n_2 = 1000$, а также одинаковы эффективности борьбы: $K_1 = K_2 = 1.0$. Численно решая систему (1), получим графики зависимости числа живых $x_i(t) + y_i(t)$ и числа сдавшихся в плен $y_i(t)$, изображенные на Рис. 1.

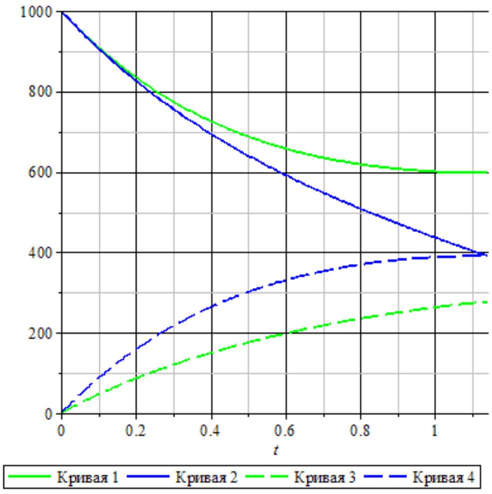

Рис. 1 Число живых: $x_1(t) + y_1(t)$ − кривая 1 и $x_1(t) + y_1(t)$ − кривая 2,число сдавшихся в плен: $y_1(t)$ − кривая 3, $y_2(t)$ − кривая 4 для модели сдачи в плен противнику

1. *Lanchester F.* Aircraft in Warfare: The Dawn of the Forth Arm. - Engineering 98. – 1914. С. 422-423&452-454.

2. *Granovetter M*. Threshold Models of Collective Behavior. – AJS. - 1978. - т. 83. № 6. С. 1420-1443,.

3. *Бреер В.В*. Теоретико-игровые модели конформного поведения. - Автоматика и телемеханика, -2012. № 10. С. 111-126.