

Информационные соотношения для коэффициентов Клебша-Гордана и d-функций Вигнера.В.И. Манько^{1,2}, Ж. Сеилов¹¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²Физический институт академии наук им П.Н. Лебедева

Коэффициенты Клебша-Гордана $\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle$ дают решение задачи сложения моментов, как представления в явном виде тензорного произведения двух неприводимых представлений группы SU(2) как прямой суммы представлений этой группы [1].

В работах [2,3] было показано, что классическое распределение вероятностей для односоставной квантовой системы удовлетворяет информационно-энтропийным соотношениям таким, как свойство субаддитивности и сильной субаддитивности.

Нами были получены новые неравенства для коэффициентов Клебша-Гордана (К.-Г.) и для связанных с ними [4] полиномов Хана — дискретных ортогональных полиномов. Данные соотношения получены с помощью связи коэффициентов К.-Г. с распределением вероятностей а также благодаря подходу описанного в работах [2,3] к информационно-энтропийным свойствам систем без подсистем, аналогичным для составных систем.

В частности, свойство субаддитивности в терминах коэффициентов К.-Г. имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{m_2=-j_2}^{j_2} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2 [\log (\sum_{m_2=-j_2}^{j_2} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2)] \\
 & - \sum_{m_1=-j_1}^{j_1} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2 [\log (\sum_{m_1=-j_1}^{j_1} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2)] \geq \\
 & \geq \sum_{m_1=-j_1}^{j_1} \sum_{m_2=-j_2}^{j_2} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2 [\log (\sum_{m_1=-j_1}^{j_1} \sum_{m_2=-j_2}^{j_2} |\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | j m \rangle|^2)]
 \end{aligned}$$

Используя соотношение между коэффициентами К.-Г. и полиномами Хана, также были получены соотношения и для полиномов. Также данный подход был применён для d-функции Вигнера [5,6].

Также в терминах коэффициентов К.-Г. и полиномов Хана были получены неравенства Араки-Либа и выражение для информации Тсаллиса. Аналогичные неравенства могут быть получены для коэффициентов К.-Г., отвечающих разложению на неприводимые представления произвольных классических групп Ли и квантовых групп.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика: Нерелятивистская теория, М.: Наука, 1989. 498 с.
2. M. A. Manko, V. I. Manko No-Signaling Property of the Single-Qudit-State Tomogram, J. Russ. Laser Res. 2014. V. 35, P. 582-589.
3. Chernega V.N., Manko O.V. No signaling and strong subadditivity condition for tomographic q-entropy of single qudit states // Phys. Scr. 2015. V. 90, .
4. Karlin S., McGregor J.R. The Hahn Polynomials, Formulas and Applications. // Scr. Math. 1961. V. 26, P. 33-46.
5. Wigner E. P. Gruppentheorie und ihre Anwendungen auf die Quantenmechanik der Atomspektren. Braunschweig: Vieweg Verlag. 1931.
6. Manko V.I., Markovich L.A. Entropy inequalities and properties of some special functions // J. Russ. Laser Res. 2014. V. 35, P. 200-210.