

УДК 534-16

ОЦЕНКА АРМИРОВАНИЯ И ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПО ЕЕ ДИНАМИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

М.В.Милов¹, Г.М.Низметов^{1,2}, Р.А.Сидорец¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

²ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ)

ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена изучению вопроса влияния армирования железобетонных балок на её динамические параметры, такие как период колебаний и жесткость.

Указанные выше вопросы не нашли достаточно полного и точного отображения в современной науке. Существует ряд утвержденных сводов правил, методик рекомендованных для расчетов статических параметров, таких как жесткость, сжимаемость и т.д., в то время как существующие теории и методики, изучающие колебания различных тел, слабо коснулись изучения вопроса о периодах и частотах колебаний бетонных балок, в которых присутствуют элементы армирования.

Использование армированных балок при строительстве конструкций различного характера дает ряд преимуществ. Армирование очень сильно влияет на различные динамические параметры балки, таких как период собственных колебаний балок и таким образом на их жесткость.

Знание того, какой количественный вклад вносит армирование железобетонных балок в их динамические параметры, может дать ряд преимуществ не только при строительстве различных конструкций, но и при прогнозировании поведения конструкций при различного рода чрезвычайных ситуациях (например, землетрясениях). Эти исследования могут помочь в предупреждении и предотвращении масштабных последствий при чрезвычайных ситуациях.

Данная работа нацелена на демонстрацию того, что реальный вклад армирования железобетонных балок в несколько раз превышает вклад, полученный при расчетах по существующим теоретическим методикам.

Кроме того, в работе предложен способ определения остаточного ресурса балки, основанный на определении периода колебаний балки.

I. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА НА ТЕКУЩИЙ МОМЕНТ. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩЕГО МЕТОДА РАСЧЕТА КОЛЕБАНИЙ БАЛОК.

1.1 Анализ состояния вопроса на текущий момент

Существующая теория о колебаниях тел рассматривает вопрос о колебаниях призматических стержней без учета вставки в стержень дополнительных тел, например, арматуры. Вопросы учета армирования не нашли достаточного отображения в научной литературе.

Полученные формулы для поперечных колебаний учитывают момент инерции стержня, который в случае наличия арматуры или других вставок должен рассчитываться по дополнительным методикам, однако в теории колебаний эти методики не указаны. Существующие формулы для расчета моментов инерции указаны отдельно, в литературе [3], однако, исходя из этой формулы вклад момента инерции в период колебаний будет незначительным.

Таким образом, существующие методики расчета периода колебаний балок с армированием и без него приводят нас к схожим результатам, что говорит о том, что армирование вносит не очень большой вклад в период колебаний.

Полученные формулы для продольных колебаний не учитывают момент инерции вовсе, в этом случае мы можем отталкиваться только от различия в распределении массы в балке с армированием и без.

В данной же работе экспериментальным путем показано, что периоды колебаний балок с армированием и без различаются в 3 и более раз.

1.2 Поперечные колебания балки.

Существующие методы рассматривают колебания балок при различных условиях (со свободным концом, с жестко закрепленным концом, с шарнирно закрепленным концом и т.д.), а также при наличии различных поперечных и продольных сил. Мы же ограничимся рассмотрением балки со свободно опертыми концами на которую действует поперечная нагрузка. В литературе [1] и [2] приведены выводы для интересующих нас уравнений.

Рассмотрим поперечные колебания призматического стержня в плоскости xu , изображенного на рис. 1.1.а). Через u обозначим поперечные перемещения малого элемента стержня на расстоянии x от левого края.

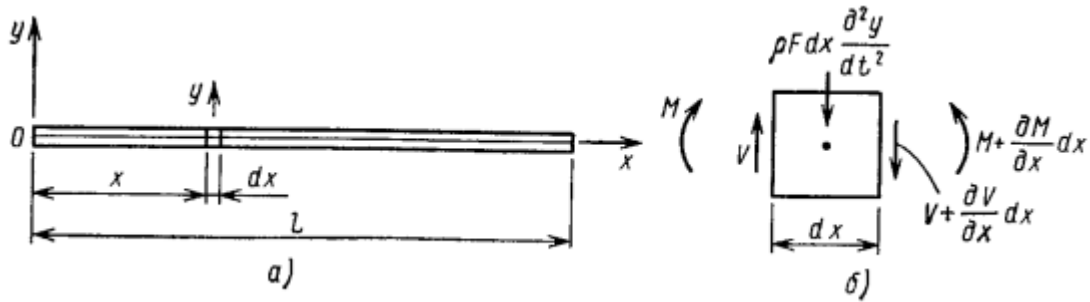


рис. 1.1. Схематичное изображение призматического свободно опертого стержня.

Поперечные силы обозначим как V , изгибающие моменты как M . На рис. 1.1.б) изображено действие поперечных сил и изгибающего момента на элемент стержня. Уравнение динамического равновесия сил в направлении оси y будет выглядеть следующим образом:

$$V - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx - m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0(1),$$

а условия равенства моментов:

$$-V dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0(2),$$

откуда $V = \frac{\partial M}{\partial x}$, подставляя это соотношение в уравнение 1.1 получим:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} dx = -m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3),$$

Из элементарной теории изгиба известна формула, связывающая жесткость стержня и изгибающий момент:

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4),$$

Сделаем подстановку уравнения 4 в 2 и получим:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx = -m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5),$$

Полученное уравнение является общим уравнением поперечных колебаний призматического стержня. В рассматриваемом нами случае балка имеет постоянное поперечное сечение, модуль упругости и распределение массы (т.е. плотность), поэтому можем перейти от уравнения 5 к более простому:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx = -m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

или

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (6),$$

Для удобства введем обозначение $a = \sqrt{EI/m}$. Решая уравнение 6, можно найти частоты колебаний. Для этого необходимо проделать ряд дополнительных действий. Прогибы стержня в произвольной точке будут меняться по гармоническому закону:

$$y = X(A \cos pt + B \sin pt) \quad (7),$$

Подставляя 7 в 6 получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - \frac{p^2}{a^2} X = 0 \quad (8),$$

Далее для удобства решения уравнения введем величину:

$$k^4 = \frac{p^2}{a^2} \quad (9),$$

и перепишем уравнение 8 в виде:

$$\frac{\partial^4 X}{\partial x^4} - k^4 X = 0 \quad (10),$$

Решение уравнения 10 будем искать в виде $X = e^{nx}$, тогда:

$$e^{nx}(n^4 - k^4) = 0,$$

и может принимать следующие значения: $n_1 = k, n_2 = -k, n_3 = ik, n_4 = -ik$. Общее решение можем записать в следующем виде:

$$X = C e^{kx} + D e^{-kx} + E e^{ikx} + F e^{-ikx},$$

или, выражая через тригонометрические функции:

$$X = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx \quad (11).$$

Выражение (11) является нормальной функцией задачи о поперечных колебаниях стержня. Входящие в его состав константы определяются из граничных условий. В нашем случае (в случае стержня со свободно опертыми концами) на концах стержня прогиб и изгибающий момент равны нулю, что можно записать как:

$$\begin{aligned} (X)_{x=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \right)_{x=0} &= 0, \\ (X)_{x=l} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \right)_{x=l} &= 0. \end{aligned}$$

Далее решение (11) удобнее переписать в эквивалентном виде, предложенном А.Н. Крыловым:

$$\begin{aligned} X = C_1 (\cos kx + \operatorname{ch} kx) + C_2 (\cos kx - \operatorname{ch} kx) + \\ + C_3 (\sin kx + \operatorname{sh} kx) + C_4 (\sin kx - \operatorname{sh} kx). \end{aligned} \quad (12)$$

Из граничных условий следует, что $C_1 = 0, C_2 = 0, C_3 = C_4$, тогда:

$$\sin kl = 0 \quad (13).$$

Уравнение (13) является частотным уравнением для рассматриваемого случая. Его решением будут $kl = \pi n$, при $n = 0, 1, 2, \dots$. Т.е.

$$k = \frac{\pi n}{l} \quad (14).$$

Для дальнейших расчетов примем $n = 1$. Тогда для круговой частоты имеем следующее равенство:

$$p = k^2 a = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (15).$$

Период колебаний обратно пропорционален круговой частоте:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{p} = \frac{2l^2}{\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}} \quad (16).$$

Полученное уравнение для периода колебаний и будет являться нашим основным расчетным уравнением. Все входящие в него величины известны для выбранных нами балок за исключением момента инерции I .

Расчетные формулы для нахождения моментов инерции балки с армированием и без приведены в литературе [3]. Для расчета момента инерции балки без учета армирования:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (17).$$

Для учета армирования при расчете момента инерции следует ввести коэффициенты приведения арматуры к бетону:

$$I_{red} = I + I_s \alpha \quad (18),$$

где I_s – момент инерции площади сечения растянутой арматуры относительно центра тяжести приведенного поперечного сечения элемента, а $\alpha = \frac{E_s}{E_b}$ – коэффициент приведения арматуры к бетону.

Момент инерции I_s вычисляется по формуле:

$$I_s = A_s (h_0 - y_c)^2 \quad (19),$$

где A_s – площадь сечения растянутой арматуры, y_c – расстояние от наиболее растянутого волокна до центра тяжести приведенного поперечного сечения элемента, h_0 – рабочая высота сечения балки.

1.3 Продольные колебания балки.

Рассмотрим продольные колебания стержня, изображенного на рис. 1.2. Нам необходимо понять, как будет двигаться малый элемент стержня толщиной dx . На рис. 1.2. изображен этот малый элемент и действующие на него силы, S – равнодействующая внутренних напряжений, и внутренняя сила, возникающая в элементе dx . Перемещение стержня вдоль оси x обозначим как u .

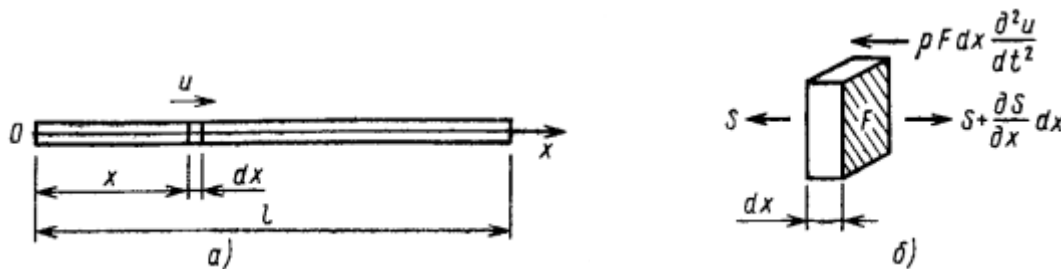


рис. 1.2. Схематичное изображение призматического свободно опертого стержня.

Запишем общее уравнение равновесия всех сил согласно принципу Даламбера:

$$S + \frac{\partial S}{\partial x} dx - S - \rho F dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3.1).$$

Используя закон Гука, выразим продольную силу S через продольное напряжение:

$$S = F \sigma = EF \varepsilon = EF \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.3.2).$$

Подставляя выражение 1.3.2 в уравнение 1.3.1 получим:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.3.3);$$

где $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Будем искать решение этого уравнения в виде:

$$u = f(x - at)(1.3.4).$$

Для колебаний стержня в нашем случае соотношение 1.3.4 можно записать в виде:

$$u = X(A \cos pt + B \sin pt)(1.3.5);$$

где A и B – произвольные постоянные, p – частота, X – функция, описывающая собственные колебания.

Выражая уравнение 1.3.1 через X получим:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{p^2}{a^2} X = 0 \quad (1.3.6).$$

Решение этого уравнения будем искать в виде:

$$X = C \cos \frac{px}{a} + D \sin \frac{px}{a} (1.3.7).$$

Константы в этом уравнении определяются из граничных условий для нашей задачи. Наша балка свободно опирается с двух концов, т.е. концы не закреплены. Следовательно, продольная сила, пропорциональная dX/dx , должна быть равна нулю на концах стержня:

$$\left(\frac{dX}{dx}\right)_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{dX}{dx}\right)_{x=l} = 0; (1.3.8).$$

Таким образом, $D = 0$, $C \neq 0$ и существует нетривиальное решение только при

$$\sin \frac{pl}{a} = 0 (1.3.9).$$

Из полученного уравнения можно найти частоты колебаний. Будем рассматривать основную форму колебаний:

$$p = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} (1.3.10);$$

а для периода колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2l \sqrt{\frac{\rho}{E}} (1.3.10).$$

Таким образом выглядит окончательная формула для расчета периода продольных колебаний балки. Как видно, период не зависит от момента инерции.

**ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПУТЕМ
ПОСТАНОВКИ СОБСТВЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА.
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.РАСЧЕТЫ.**

2.1. Постановка задачи.

1. Рассчитать период колебаний балок путем постановки эксперимента, оценить реальный вклад армирования в динамические параметры балок.
2. Оценить вклад армирования в динамические параметры исходя из полученных эмпирических формул.
3. Провести сравнительный анализ полученных результатов.
4. Выявить «слабые места» эмпирических формул. Оценить различия моментов инерции балок с армированием и без.
5. Предложить способ расчета остаточного ресурса балки на основе периодов колебаний балок.

2.2. Описание используемого экспериментального метода расчета колебаний балок.

Эксперимент заключается в подвергании опытных образцов бетонных и железобетонных балок динамическим нагрузкам разной силы. Специальные датчики отслеживают частоту колебаний балок и передают информацию на ЭВМ в виде спектров, которые затем применяются для исследования характера колебаний и для сравнения динамических параметров балок с армированием и без.

Испытания проводились для двух балок одновременно (бетон и железобетон), для более удобного анализа спектра колебаний. На графиках спектров по оси X отложены значения частот, по оси Y приведены значения, выраженные в энергетических единицах. Сами спектры будут приведены ниже, при проведении расчетов. Периоды колебаний получали как обратную величину от частоты.

Кроме спектров колебаний также были получены графики зависимости продольных и поперечных ускорений для элемента балки от внешнего воздействия.

Для получения экспериментальных значений периода колебаний балки были изготовлены 4 различные балки, с армированием и без из бетона марок 300 и 150. Образцы подвергались динамическим испытаниям, после чего были сняты спектры колебаний, по которым были определены периоды колебаний балок.

В эксперименте использовались комплексы для динамических испытаний «Струна-стрела» и «Толкун-1» с применением пьезокерамических акселерометров типа А1638 в частотном диапазоне от 0,1 до 400 Гц. Общий вид постановки эксперимента представлен на рис. 1.2



рис. 2.1. Общий вид проведения эксперимента

2.3 Характеристики образцов балок.

В работе использовались балки, изготовленные из двух марок бетона, М-150 и М-300 с одинаковым поперечным сечением и длиной:

$$l = 1 \text{ м};$$

$$b = 80 \text{ мм};$$

$$h = 140 \text{ мм}.$$

Железобетонные балки по нижней зоне сечения армированы двумя стальными стержнями диаметром 12 мм, защитный слой бетона равен 10 мм.

Для расчетов нам будет необходимо знать модули упругости, плотности для различных марок бетона, а также коэффициенты приведения арматуры к бетону. Величины для разных типов бетона будем обозначать соответствующими индексами (150 и 300), индексами «s» и «b» будем обозначать бетон и арматуру соответственно:

$$\text{модуль упругости, МПа: } E_{150} = 21 \times 10^3, E_{300} = 30 \times 10^3, E_s = 2 \times 10^5;$$

$$\text{плотность, кг/м}^3: \rho_{150} = 2460, \rho_{300} = 2389, \rho_s = 7850;$$

$$\text{коэффициент приведения арматуры к бетону, } \alpha = E_s / E_b:$$

$$\alpha_{150} = 9,52, \alpha_{300} = 6,67.$$

2.4 Полученные результаты эксперимента, их обработка.

С помощью установки, изображенной на рис. 2.1 были получены спектры колебаний балок:

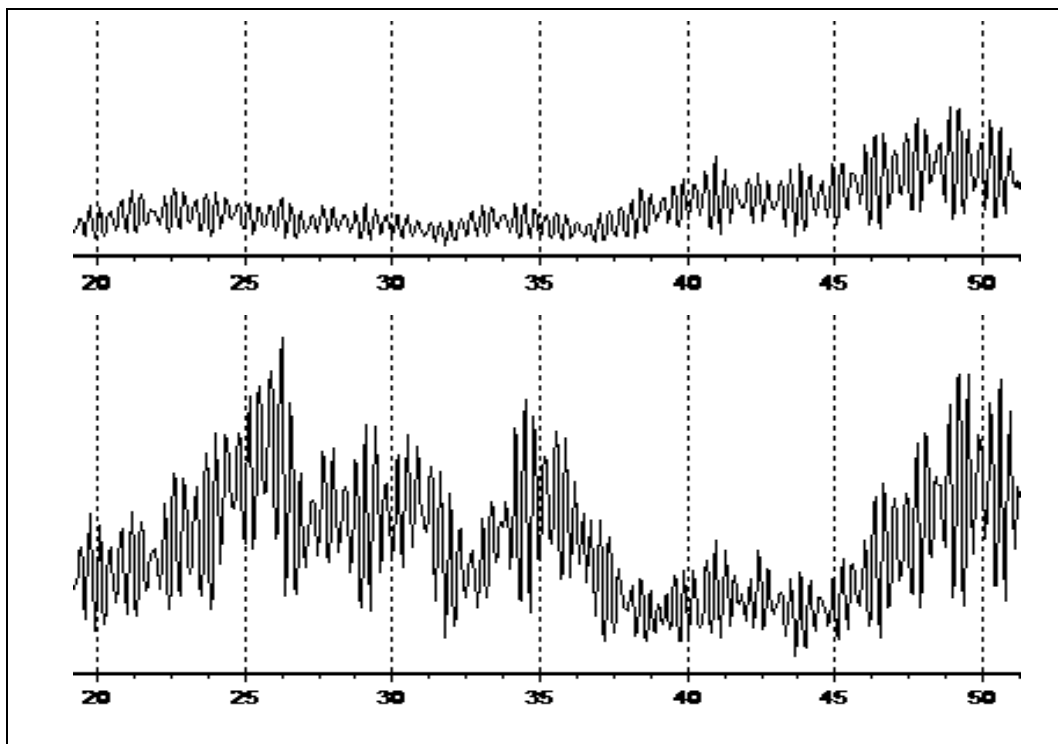


Рис.2.2. Спектры колебаний в частотном диапазоне от 20 до 50 Гц:
 сверху – балка из бетона марки 300с армированием,
 снизу – балка из бетона марки 300без армирования

Можно заметить, что армирование существенно «смягчает колебания».

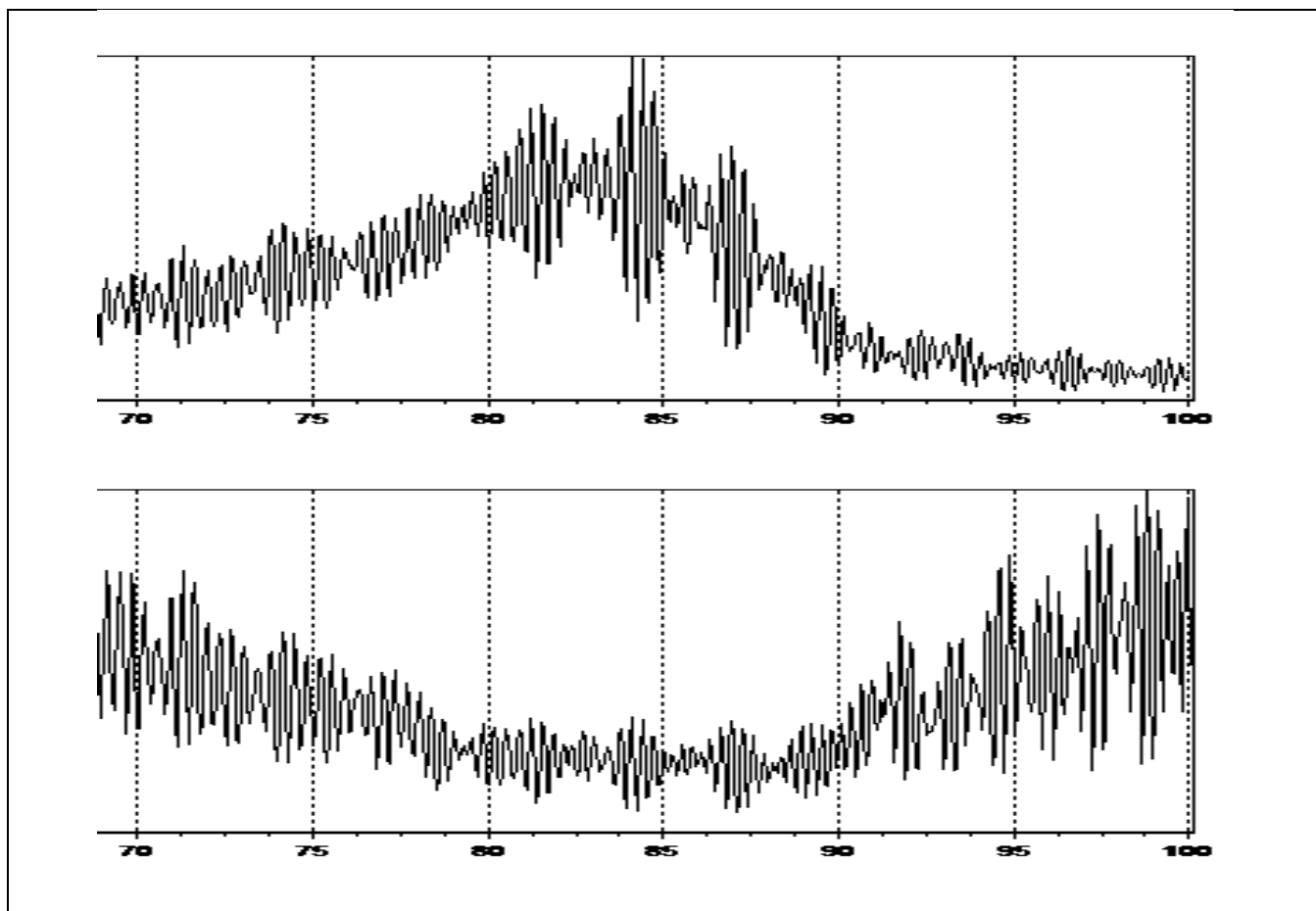


Рис.2.3. Спектры колебаний балок из бетона марки 300 в частотном диапазоне от 70 до 100 Гц:
 сверху – для балки с армированием;
 снизу - для балки без армирования

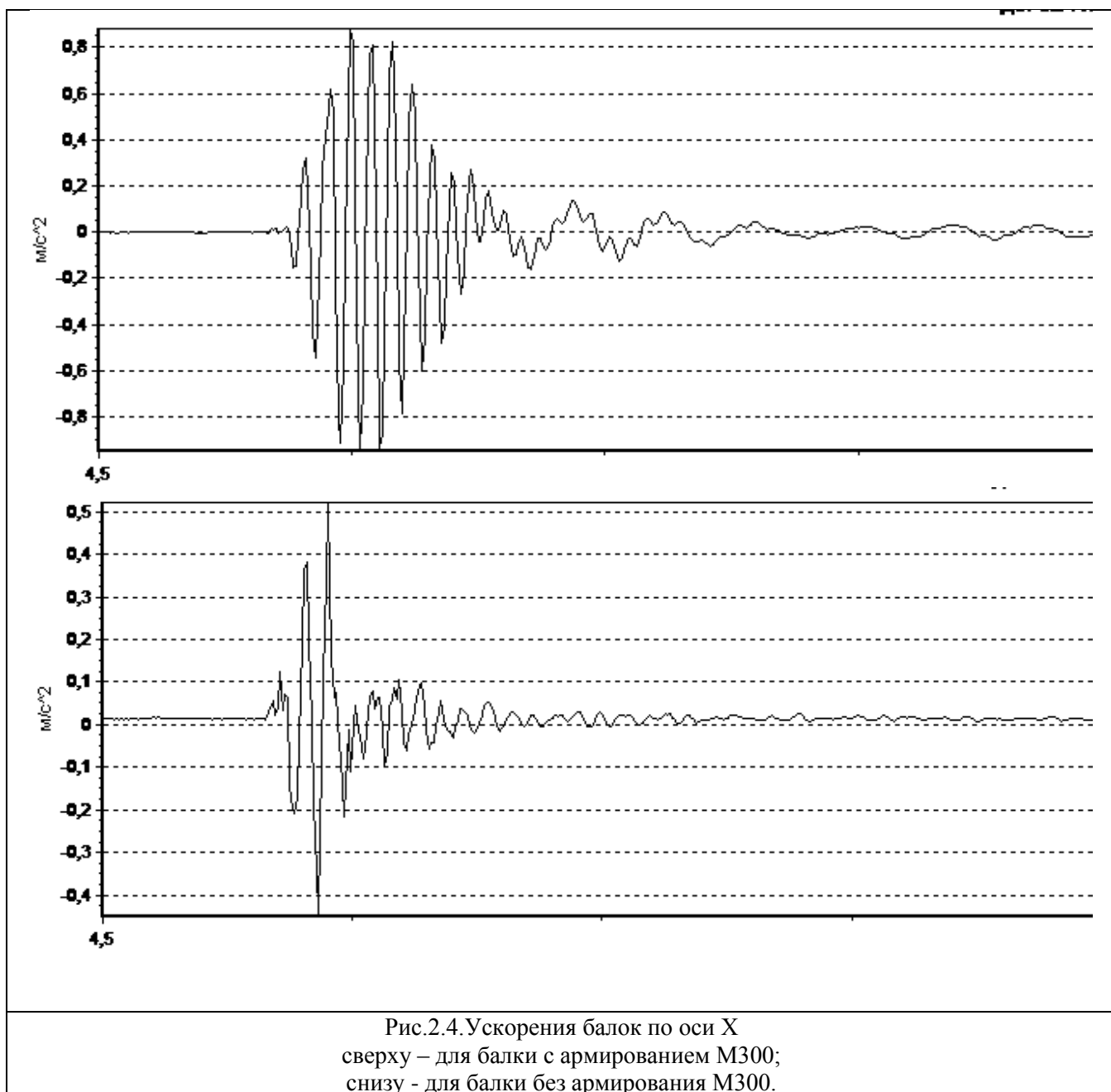
Для дальнейшего анализа нам будет достаточно рассмотреть только колебания в частотном диапазоне от 0 до 100 Гц. Этому низкочастотному диапазону соответствуют характерные периоды колебаний для балок из бетона и железобетона:

$$T_b = 0,042 \text{ с};$$

$$T_{жб} = 0,012 \text{ с}.$$

Отношение периодов $T_b/T_{жб} = 3,5$. Это говорит нам о том, что армирование балки существенно снижает период колебаний балки.

Интересно также посмотреть, как армирование влияет на ускорения балки при продольных колебаниях по оси X.



Из рис. 2.4 видно, что армирование положительно влияет на механические колебания балок. Колебания балки с армированием более гладкие, в то время как для балки без армирования колебания более «рваные».

2.5 Расчеты периодов колебаний балок с использованием эмпирических формул.

Для начала определим моменты инерций балок. Момент инерции поперечного сечения прямоугольной балки относительно центральной оси вычисляется по формуле:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,08 \cdot 0,14^3}{12} = 1,83 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4,$$

Найденный момент инерции не зависит от плотности материала, однако он не учитывает влияние армирования, т.е. наличия внутри балки арматуры. Для нахождения момента инерции поперечного сечения балки с учетом армирования определим его как приведенный момент инерции с учетом площади бетона и площадей арматуры, а также с учетом коэффициентов приведения:

$$I_{\text{прив}} = I + I_s \alpha,$$

где I_s – момент инерции площади сечения растянутой арматуры в нижней зоне относительно центра тяжести приведенного поперечного сечения:

$$I_s = A_s (h_0 - y_c)^2$$

Для определения величины 2.3 необходимо знать, что y_c – расстояние от центра тяжести сечения до наиболее растянутого волокна ($y_c = 0,07$ м), h_0 – рабочая высота сечения балки.

С учетом приведенных в разделе 2.3 данных мы можем посчитать моменты инерций поперечных сечений балок и периоды их собственных колебаний. Далее будем обозначать:

I – момент инерции поперечного сечения бетонных балок;

I_{s150} , I_{s300} – моменты инерции поперечного сечения железобетонных балок марки М-150 и М-300 соответственно.

$$I_{s150} = I + I_s \alpha = 1,83 \cdot 10^{-5} + 0,000000463 \cdot 2 \cdot 9,52 = 2,7 \cdot 10^{-5},$$

$$I_{s300} = I + I_s \alpha = 1,83 \cdot 10^{-5} + 0,000000463 \cdot 2 \cdot 6,67 = 2,45 \cdot 10^{-5}$$

При использовании формул из главы I для периодов колебаний мы получим слишком маленькие периоды колебаний, как для поперечных, так и для продольных, что соответствует высокочастотной области. В случае нашего эксперимента высокочастотную область измерить не удалось, однако для оценки вклада армирования в динамические параметры балок достаточно сравнить отношения периодов колебаний балок с армированием и без.

Определим отношения моментов инерции железобетонных балок к бетонным, после чего посчитаем отношения периодов колебаний соответствующих балок:

$$I_{s150}/I = 2,7/1,83 = 1,475;$$

$$I_{s150}/I = 2,45/1,83 = 1,34;$$

$$T_{s150}/T_{150} = 0,82;$$

$$T_{s300}/T_{300} = 0,86.$$

Из полученных соотношений видно, что существующая теория о незначительном различии между балками с армированием и без неё не состоятельна, хотя отношения расчетных величин не превышает 1,5.

III. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ. ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА БАЛОК.

3.1. Анализ и сравнение полученных результатов.

Представим результаты расчетов в виде таблицы:

Габаритные размеры, мм	Марка бетона	Наличие армирования, диаметр арматуры	Период собственных колебаний, T_z , с	Отношение периодов собственных колебаний балок, $T_6 / T_{жб}$	
				Эксперимент	Расчет
140 x 80 x 1000	М-300	Да, $\phi 12 \times 2$	0,012	3,50	1,22
140 x 80 x 1000	М-300	Нет	0,042		
140 x 80 x 1000	М-150	Да, $\phi 12 \times 2$	0,014	2,86	1,16
140 x 80 x 1000	М-150	Нет	0,04		

Из полученных в результате эксперимента данных видно, что армирование сокращает период колебаний балок в более чем 3 раза, что является существенным вкладом. Расчеты же по существующим эмпирическим формулам дают различие между балками различного типа всего в 1,16-1,22 раза.

Для дальнейшего исследования вопроса о корректном теоретическом расчете периодов колебаний железобетонных балок наибольший интерес представляет поведение момента инерции при различных типах балок. Ниже будут рассмотрены 4 типа балок:

- бетонная балка;
- бетонная балка с цилиндрическими отверстиями, диаметр которых равен диаметру арматуры;
- бетонная балка с арматурой.

На рисунке ниже схематично изображены исследуемые образцы:



рис. 3.1 исследуемые образцы балок.

Моменты инерции для первой и третьей балок уже найдены в разделе 2.5.

Для нахождения момента инерции второй балки необходимо из момента инерции для балки без отверстий вычесть моменты инерций отверстий. Стоит помнить, что все моменты инерций должны быть посчитаны относительно единой оси. В нашем случае примем ее проходящей через центр поперечного сечения балки.

Момент инерции отверстия относительно собственной оси равен:

$$I_c = \frac{\pi d^4}{64} = 1,02 \cdot 10^{-9} \text{м}^4$$

Видно, что момент инерции балки без отверстий на 4 порядка больше момента инерции самих отверстий. Основываясь на ранее полученных результаты для моментов инерции первого и третьего образцов, а также на проделанном анализе второго образца, можно сделать вывод о том, что существующие методы вычисления моментов инерции для балок различного типа не дают существенно различающихся результатов.

Можно предположить, что на самом деле, армирование вносит более значимый вклад в момент инерции, нежели тот, который получается в результате существующих методик, ведь период зависит от момента инерции в степени -0,5, что говорит о том, что с увеличением момента инерции уменьшается период колебаний.

3.2. Оценка остаточного ресурса балок на основе периода их колебаний.

Полученные результаты мы можем использовать для оценки остаточного ресурса балок.

При использовании различных балок следует иметь ввиду, что в процессе долгой эксплуатации их колебательные способности меняются, т.е. меняется период собственных колебаний балок. Это изменение позволяет судить о степени износа балки, т.е. о её остаточном ресурсе.

Для оценки степени износа необходимо сравнить период собственных колебаний, полученный экспериментально в момент времени t_i истинный период собственных колебаний, полученный теоретически:

$$\Delta T = \frac{T_1(t) - [T_1]}{[T_1]} \cdot 100\%, \quad (2.4.1)$$

Так как на сегодняшний день не существует достаточно точных методик определения периода собственных колебаний балки с учетом армирования, вместо истинного значения периода собственных колебаний $[T_1]$ можно брать период, измеренный экспериментально для абсолютно новой балки, т.е. в момент времени t_0 .

Полученное соотношение носит сугубо оценочный характер и основано на простых логических заключениях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было показано, что армирование бетонных балок существенно повышает их динамические способности, такие как уменьшение периода колебаний при различных нагрузках и воздействиях, а также произведена качественная оценка вклада армирования.

В ходе работы были представлены результаты расчетов по существующим теоретическим методикам, проведен сравнительный анализ результатов, на основе которого сделан вывод о несовершенстве существующих теоретических методов расчета динамических параметров для балок с армированием.

Для уменьшения периода колебаний балки её момент инерции должен увеличиться, т.е. армирование должно существенно увеличивать момент инерции всей балки. Однако расчеты моментов инерции по существующим методикам показали совсем незначительное увеличение момента инерции. На основе этого было выдвинуто предложение о том, что ошибку в вычислениях периода колебаний балок преимущественным образом вносит вычисление моментов инерции для балок различного типа.

В работе также был предложен способ оценки остаточного ресурса балки, основанный на вычислениях периодов колебаний балки в разные моменты времени. Полученная величина, выраженная в процентах, отображает степень износа балки.

В дальнейшем планируется более детальное изучение эмпирического подхода для определения периодов колебаний балок различного типа, в частности исследование моментов инерции для различных видов балок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сивухин Д.В.*, Общий курс физики, Механика. т. I, М.: Наука, 1979
2. *Горелик Г. С.* Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. — М.: Физматлит, 1959