УДК 533.922

О вероятностях возможных соотношений равновесий Нэша в чистых стратегиях с гарантирующими стратегиями в конечных играх двух лиц

В.О. Корепанов[1]

[1]Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Задача оценки вероятности появления равновесий Нэша в чистых стратегиях в конечных играх двух лиц, когда выигрыши игроков являются случайными величинами решена около 1970-го года ([1], [2]). Уточнения этой задачи получены также в [3]. Эта задача была поставлена в результате постановки вопроса о целесообразности применения равновесий Нэша в смешанных стратегиях: какова доля конечных игр, не имеющих равновесий Нэша в чистых стратегиях?

В данной работе ставится задача анализа свойств концепции решения игр в гарантирующих стратегиях с (такой же) точки зрения случайных конечных игр двух лиц и её взаимосвязь с равновесием Нэша в чистых стратегиях. Такая постановка задачи обусловлена целью обоснования концепции игры рангов стратегической рефлексии [4, 5], которая по умолчанию строится на гарантирующих стратегиях. Ставится также задача получения оценок вероятности тех случаев, которые могут принципиально существовать в игре рангов стратегической рефлексии:

1. нет равновесий Нэша в чистых стратегиях;
2. одно равновесие Нэша в чистых стратегиях;
3. два равновесия Нэша в чистых стратегиях.

Конечная игра в нормальной форме двух лиц определяется набором из m и n стратегий двух игроков соответственно: $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$. Свои стратегии игроки выбирают одновременно и независимо. Для каждой пары стратегий (i,j) определён выигрыш первого a_{ij} и второго b_{ij} игрока соответственно. Таким образом, можно обозначить выигрыши первого игрока матрицей $A = (a_{ij})$, второго матрицей $B = (b_{ij})$.

Определение. *Случайной игрой* будем называть такую игру в нормальной форме двух лиц, что:

1. $2mn$ величин a_{ij} и b_{ij} – попарно независимые случайные величины;
2. случайные величины a_{ij} и b_{ij} имеют одинаковые непрерывные функции распределения.

Гарантирующие стратегии игроков всегда существуют, но их может быть несколько. Легко показать, что вероятность того, что в случайной игре гарантирующие стратегии игроков единственны равна единице.

В докладе будет показано, что случайная величина «гарантирующая стратегия первого игрока» имеет дискретное равномерное распределение на множестве стратегий первого игрока, аналогично и для второго игрока.

Далее, будут показаны предварительные результаты, что данная случайная величина может быть зависима от событий наличия в игре 1, 2, …, $min(m,n)$ равновесий Нэша в чистых стратегиях, поскольку в определениях этих случайных величин есть зависимые случайные величины. Например, в матрице A максимум по строке i и минимум по столбцу j зависимы через сл. величину a_{ij}. Это немного усложняет расчёты, но предложена схема получения оценок вероятности тех случаев, которые могут принципиально существовать в игре рангов (определённых выше).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проект № 15-07-09048 А.

Литература

1. *Goldberg K., Goldman A.J., Newman M.* The probability of an Equilibrium Point // Journal of Research of National Bureau of Standards U.S.A., 1968, V. 72, P. 93-101.
2. *Dresher M.* Probability of a pure equilibrium point in n-person games // Journal of Combinatorial Theory. 1970.

V. 8(1). P. 134-145.
3. *Stanford W.* A note on the probability of k pure nash equilibria in matrix games // Games and Economic Behavior. 1995. V. 9(2). P. 238-246.
4. *Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г.* Рефлексия и управление: математические модели – М.: Издательство физико-математической литературы, 2013. – 412 с.
5. *Корепанов В.О*. Гарантирующие и равновесные по нэшу стратегии в игре рангов стратегической рефлексии. // Управление большими системами (УБС'2015): материалы XII Всерос. школы-конференции молодых учёных 7-11 сентября 2015 г. 2015. С. 266-274.