

Нелинейный анализ динамических геосистемА.Е. Губанова^{1,2}, С.Б. Турунтаев²¹Московский физико-технический институт (государственный университет)²Институт динамики геосфер российской академии наук

Для сложных систем таких, как геофизическая среда, характерно то, что не все параметры, необходимые для полного описания системы, доступны непосредственному измерению. Когда полностью математически описать изучаемый процесс невозможно, но в нашем распоряжении имеется некоторая характерная наблюдаемая величина, можно воспользоваться специальными методами, разработанными в нелинейной динамике. Эти методы позволяют получить некоторые характеристики сложных систем, восстановить их фазовый портрет и определить, насколько система стохастична и беспорядочна или, наоборот, стабильна, и сделать прогнозы ее дальнейшего развития.

В основе оценки параметров хаотических процессов лежит метод Грассбергера-Прокаччия, применение и различные модификации которого встречаются во многих работах. Применительно к обработке временных рядов сейсмической активности, данный метод описан в работах [1, 2]. В работах [3, 4, 5] используются модификации метода, позволяющие добиться более точных результатов. Так, в [3] предлагается рассчитывать двухпараметрический корреляционный интеграл, основанный на пространственно-временном обобщении корреляционного интеграла, что приводит к самосогласованной визуализации и анализу как временной, так и пространственной корреляции. Рассматриваемые методы используются также и в экономических науках, например, при анализе динамики цен на нефть [6], и в нейрофизиологии, при обработке электроэнцефалограмм людей и животных [7, 8]. Несмотря на существующие работы по использованию нелинейных методов для анализа сейсмической активности, появляющиеся новые данные о техногенной сейсмичности и продолжающееся развитие методов анализа сложных систем требуют продолжения работ в данном направлении.

При воздействии на недра в ходе разработки месторождений полезных ископаемых, строительстве плотин, добычи нефти и газа возникают техногенные сейсмические явления. Так как индуцированные землетрясения в силу своей природы детерминированы тем воздействием, которое их вызвало, следует ожидать, что индуцированная сейсмическая активность будет иметь характеристики хаотичности, отличные от естественной сейсмичности. Таким образом, можно попытаться воспользоваться нелинейными методами анализа для выявления этих различий, что и являлось целью настоящего исследования: выявить различия между естественной и техногенной сейсмичностью при помощи метода Грассбергера-Прокаччия.

Для динамических систем принятым представлением развития процесса во времени является построение траекторий в фазовом пространстве. Детерминированная динамическая система характеризуется аттрактором, т.е. множеством, к которому притягиваются фазовые траектории. При изменении параметров системы аттракторы тоже меняются. Хаотическое поведение детерминированных систем проявляется в наличии в их фазовом пространстве странного аттрактора, который имеет фрактальную размерность. В качестве характеристик хаотичности детерминированных систем используются: 1) размерность пространства вложения m – наименьшая целая размерность пространства, содержащего весь аттрактор (она соответствует количеству независимых переменных, однозначно определяющих установившееся движение динамической системы), 2) корреляционная размерность D_2 , рассматриваемая как мера стохастичности процесса: чем она меньше, тем сильнее этот процесс детерминирован.

Вычисление D_2 основано на следующем принципе: возьмем некоторую точку y_i , принадлежащую аттрактору, восстановленному в пространстве существенных переменных, и сосчитаем, сколько точек этого аттрактора отстоят от нее на расстояние, не превышающее некоторую величину ε . Повторим эту процедуру для следующей точки и т. д. В результате получим интегральную корреляционную функцию аттрактора:

$$C(\varepsilon)C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j} \Theta \left[\varepsilon - \left| \overline{y}_i - \overline{y}_j \right| \right],$$

нормированную на N^2 вероятность того, что две точки находятся в

i -й ячейке со стороной ε , то есть разделены расстоянием ε . В одномерном случае C пропорционально ε , в двумерном – ε^2 , в общем случае – ε^{D_2} . Таким образом, из временного ряда мы определяем корреляционную

размерность как наклон линейного участка графика: $D_2 = \frac{\log C(\varepsilon)}{\log \varepsilon}$.

Первым шагом реализации обработки является нахождение времени задержки для построения восстановленного аттрактора, координатами точек которого (согласно теореме Такенса) является вектор $\{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}\}$, образованный из исходного ряда. Поскольку компоненты вектора, характеризующего динамическую систему, независимы, то в качестве величины τ выбирается первое значение, при котором

автокорреляционная функция обращается в ноль (или достигает минимума). Затем ищется размер окна Тейлера. После – рассчитывается корреляционный интеграл для каждой потенциальной размерности пространства вложения. Вычисляется корреляционный интеграл для каждого m и на линейных участках зависимости $\log C(\log e)$ находятся соответствующие корреляционные размерности как тангенс угла наклона. Альтернативой является график Раппа (рис. 1). Обнаруженное при построении «плато» суть та самая линейная область измерения, на которой для каждого m вычисляется среднее значение D_2 .

Финальный этап – нахождение окончательных D_2 и m системы (рис. 2). Процедура сводится к следующему: если выбрать размерность пространства вложения m заведомо меньше D_2 , то при ее увеличении D_2 тоже будет расти. Когда m достигает значения $\geq D_2$, дальнейшее ее увеличение не приводит к росту D_2 , и график зависимости $D_2(m)$ выходит на горизонтальный участок. Значение m , начиная с которого это происходит и есть оценка размерности вложения, т.е. наименьшей целой размерности пространства, содержащего весь аттрактор. Для полностью случайной системы увеличение m на 1 приводит к увеличению D_2 также примерно на 1, т.е. $D_2 \sim m$.

В ходе исследования были обработаны каталоги сейсмической активности Калифорнии (1984 – 2008 гг.) с магнитудой от 1 до 2.5, Сахалина (2006 – 2016 гг.) с магнитудой от 1 до 6.3 и Воркуты (2008 – 2011 гг.) с энергетическим классом от -1.62 до 7.49 методом Грассбергера-Прокаччия. Получены следующие результаты:

Калифорния – стохастическая система	Сахалин – система с хаотическими режимами		Воркута – система с хаотическими режимами
	1-я пол.	2-я пол.	
	$m=4, D_2=4,00$	$m=4, D_2=3,72$	$m=3, D_2=2,1$

Таким образом, воздействие человека на недра земли в ходе разработки полезных ископаемых приводит к появлению большего детерминизма в естественных системах, управляемых большим числом независимых переменных, и, как следствие, ведет к уменьшению корреляционной размерности, определяемой по данным сейсмической активности. Этот признак можно использовать для дискриминации техногенных и естественных сейсмических событий.

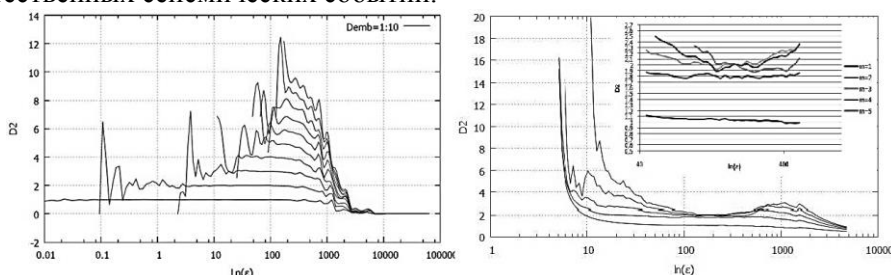


рис. 1. График Раппа (слева: Калифорния, справа: Воркута)

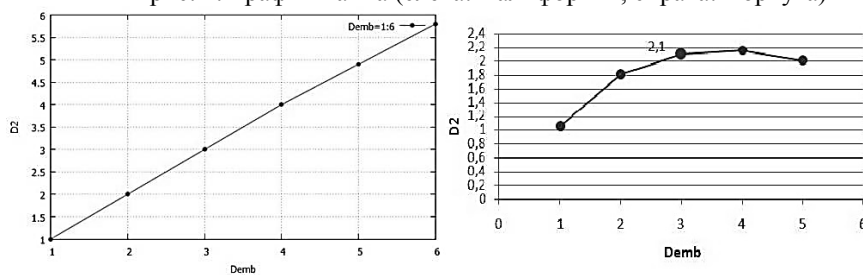


рис. 2. $D_2(m)$ (слева: Калифорния, справа: Воркута)

Литература

1. Захаров В.С. Анализ корреляционной размерности временных рядов выделения сейсмической энергии // Сборник трудов студентов, аспирантов и преподавателей кафедры общей и прикладной геофизики университета «Дубна». 2007. С. 54–62
2. Турунтаев С.Б. [и др.] Выявление техногенных изменений сейсмического режима при помощи методов нелинейной динамики // Физика земли. 2012. № 3. С. 52–65
3. Taikang Ning [et al.] Computing Correlation Integral with the Euclidean Distance Normalized by the Embedding Dimension // Proceedings of «the 9th Internal Conference on Signal Processing-ICSP». 2008. P. 2708–2712
4. Patrizia Tosi [et al.] Space-time combined correlation integral and earthquake interactions // Annals of geophysics. 2004. V. 47, N 6. P. 1–6
5. Rolando Castro, Tim Sauer Correlation Dimension of attractors through interspike intervals // Physical review E. 1997. V. 55, N 1.P. 287–290
6. Антипов О.И. [и др.] Фрактальный анализ динамики цен на нефть // Экономические науки. 2010. С. 260–267
7. Семенова Н.Ю., Захаров В.С. Анализ корреляционной размерности данных ЭЭГ при эпилепсии у детей // Нелинейный мир. 2010. Т. 8, № 3. С. 180–188
8. Меклер А.А. Применение аппарата нелинейного анализа динамических систем для обработки сигналов ЭЭГ // Актуальные проблемы современной математики: ученые записки. 2014. Т. 13 (вып. 2). С. 112–140