УДК 52-782

Исследование автомодельного решения о распространении сильной ударной волны в расширяющейся Вселенной

С.А. Панафидина

Московский физико-технический институт (государственный университет)
Институт космических исследований РАН

В данной работе мы рассмотрели задачу о распространении сильной ударной волны в равномерно расширяющейся среде, соответствующей решению Фридмана для плоской Вселенной, проанализировали автомодельные решения, в которых имеются сингулярности, связанные с сингулярностью в решении Фридмана. Аналитические решения для различных значений показателя адиабаты γ принципиально отличаются друг от друга.

Приведем точное решение для сильных ударных волн, распространяющихся в однородной расширяющейся самогравитирующей среде со скоростью, стремящейся у нулю со временем. Уравнения в сферических координатах в этом случае записано как

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}-\frac{G_g m}{r^2},\ \frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho v}{\partial r}+\frac{2\rho v}{r}=0,$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+v\frac{\partial}{\partial r}\right)ln\frac{p}{\rho^{\gamma}}=0, m=\frac{4}{3}\rho r^3,$$

где G_g - гравитационная постоянная.

В случае точечного взрыва с энергией E, задача обладает свойством автомодельности. Безразмерная комбинация в случае равномерно расширяющихся сред выглядит как $r(\delta/ET^4)^{1/5}$. Положение ударной волны в автомодельном решении должно соответствовать фиксированному значению автомодельной координаты. Введем безразмерные переменные позади ударной волны как $v=\frac{4r}{5t}V,\ \rho=\frac{\delta}{t^2}\ G,\ c^2=\frac{16r^2}{25t^2}\ Z$, зависящие от автомодельной переменной ξ, определенной как $\xi=\frac{r}{R(t)}=\frac{r}{\beta}\left(\frac{\delta}{Et^4}\right)^{1/5}$. Здесь $\delta=\frac{1}{6\pi G_g}, \beta$ - число, зависящее только от показателя адиабаты γ.

Условия на сильной ударной волне при $r=R,\ \xi=1$ в безразмерных переменных записаны как

$$V(1)=\frac{5\gamma+7}{6\gamma+1}, G(1)=\frac{\gamma+1}{\gamma-1}, Z(1)=\frac{\gamma(\gamma-1)}{18(\gamma+1)^2}.$$

Данная задача имеет первый интеграл: $Z=\frac{(\gamma-1)(1-V)(V-\frac{5}{6})^2}{2(V-\frac{5}{6}-\frac{1}{6\gamma})}$.

Тогда решение для $V(\xi)$ будет выглядеть следующим образом:

$$\xi=\left[(\gamma+1)(3V-\frac{5}{2})\right]^{\mu_1}\left[\frac{(\gamma+1)(6\gamma V-5\gamma-1)}{\gamma-1}\right]^{\mu_2}\left[\frac{6(\gamma+1)(3\gamma V-V-\frac{5}{2})}{15\gamma^2+\gamma-22}\right]^{\mu_3},$$

где μ_1, μ_2, μ_3 – константы, зависящие только от показателя адиабаты.

$$G(V)=\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left[\frac{6(\gamma+1)(1-V)}{\gamma-1}\right]^{k_1}\left[\frac{(\gamma+1)(6\gamma V-5\gamma-1)}{\gamma-1}\right]^{k_2}\left[\frac{3(\gamma+1)((6\gamma-2)V-5)}{15\gamma^2+\gamma-22}\right]^{k_3},$$

где k_1, k_2, k_3 – константы, зависящие только от показателя адиабаты.
Функция Z(V) определена интегралом энергии.

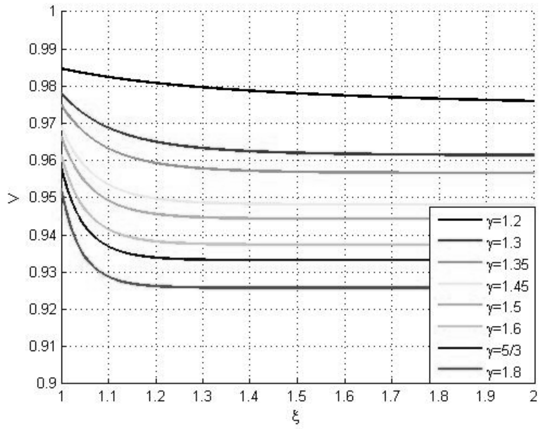
Из графиков и аналитического решения для $V(\xi)$, $G(\xi)$, $Z(\xi)$ видно, что при $\xi\to\infty$ функция V стремится к постоянному пределу, равному $\frac{5\gamma+1}{6\gamma}$. Для кривых семейства $G(\xi)$ мы можем наблюдать различные тенденции роста в сравнении с кривыми семейства $Z(\xi)$. К примеру, при наличии минимума у кривых $G(\xi)$, их рост замедлен относительно $Z(\xi)$. Функция $Z(\xi)$ стремится к бесконечности быстрее, чем $G(\xi)$, т.е. достигает бесконечности при меньших значениях ξ. Но при отсутствии такового минимума, кривые семейства $G(\xi)$ растут быстрее, нежели кривые семейства $Z(\xi)$. Из этого можно сделать вывод о том, что при определенных значениях γ будет наблюдаться одинаковая скорость стремления к бесконечности кривых обоих семейств, т.е. $G(\xi) \to \infty$ и $Z(\xi) \to \infty$ при одном и том же ξ.

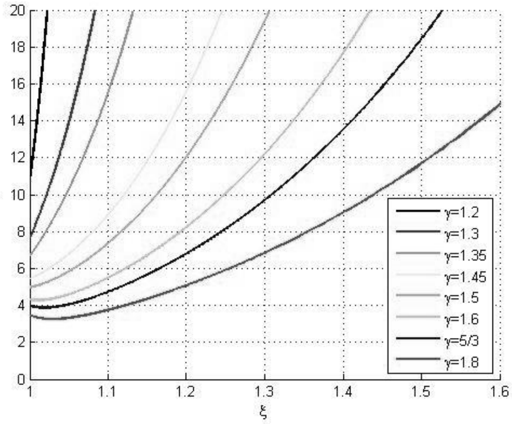
$$V = \frac{5\gamma + 1}{6\gamma} + const \cdot \xi^{1/\mu_2}$$

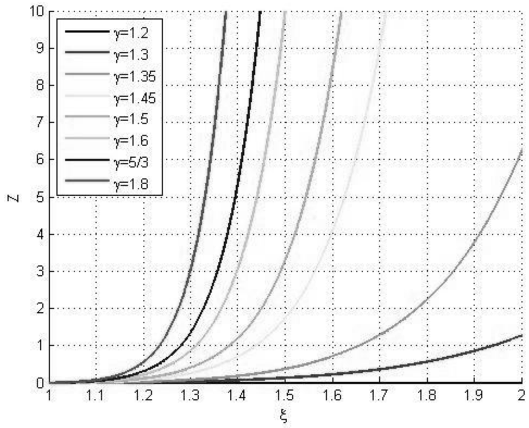
$$G \sim \xi^{k_2/\mu_2} \to \infty \text{ при } \xi \to \infty$$

$$Z \sim \xi^{-1/\mu_2} \to \infty \text{ при } \xi \to \infty$$

Наша работа полезна для дальнейшего описания ударных волн при взрывах сверхновых звезд. Из предсверхновой звезды истекает звездный ветер, который можно рассматривать как расширяющуюся среду. При взрыве сверхновой возникают ударные волны, распространяющиеся в звездном ветре, что соответствует постановке рассматриваемой нами задачи. Распределение скоростей, плотностей и давлений внутри сферы, ограниченной волновым фронтом, описывается автомодельным решением.







Литература

1. *Bisnovatyi-Kogan G.S.* (2015) ``Strong shock in the uniformly expanding medium''. Gravitation and Cosmology, vol. 21, pp. 236-240.
2. *Zeldovich Ya.B.,Novikov I.D.* (1983) ``Relativistic astrophysics. Volume 2.The structure and evolution of the universe''. Chicago, IL, University of Chicago Press. V.M. Safronov, N.I. Arkhipov, I.S.
3. *Седов Л.И.* (1977) ``Методы подобия и размерностей в механике''. Наука, Москва